

PUBLICAÇÃO ESPECIAL

Nº 07
1993

EFEITOS DE MARÉ EM SISTEMAS DE GALÁXIAS
BINÁRIAS

Selma Junqueira

Tese de Doutorado.
Rio de Janeiro, 27 de Maio de 1993.

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO

OBSERVATÓRIO NACIONAL

DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA GALÁCTICA E EXTRAGALÁCTICA

TESE

apresentada como parte dos requisitos necessários
para a obtenção do título de doutor em Astrofísica

EFEITOS DE MARÉ EM SISTEMAS DE GALÁXIAS BINÁRIAS

SELMA JUNQUEIRA

Defendida em 27 de maio de 1993

Perante banca composta por:

Dr. José Antônio de Freitas Pacheco	(orientador)	IAG/USP
Dr. Paulo Sérgio de Souza Pellegrini		ON/CNPq
Dr. Vladimir Garrido Ortega		ON/CNPq
Dr. Domingos Sávio Soares		IF/UFMG
Dr. Ronaldo Eustáquio de Souza		IAG/USP

tabela II, Cap. III), ao longo do tempo (em ut), tendo a Intrusa massa total igual a zero.

FIGURA 17

Gráficos das distribuições de frequência do logaritmo da variável dinâmica observada, $\log (V_{\frac{z}{4}}^2 \text{rp})$ (representada pelos pontos com barras de erro) e da variável dinâmica simulada $\log q'$ (representada pela curva contínua), calculadas conforme descrito no Cap. V.)

a PEDRO JUNQUEIRA, meu pai.

AGRADECIMENTOS

- Ao Dr. José Antônio de Freitas Pacheco, pela orientação desta tese.
- Ao Dr. Vladimir Garrido Ortega, pela co-orientação deste trabalho.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro, pelo apoio financeiro.
- Aos Departamentos de Astronomia Galáctica e Extragaláctica e de Geofísica do Observatório Nacional.
- Às secretárias Nilda Rios e Elza Segadães.
- Aos funcionários do setor gráfico do Observatório Nacional.
- A Rundsthen Vasques de Nader pelas inúmeras vezes em que me ajudou.
- A Roberto Chan pelo auxílio computacional.
- Aos meus pais e irmãos.
- Aos colegas:
Fátima, Rubens, Cláudio, Roberta, Ruth, Gustavo, Lília, Ricardo Schiavon, Marco Aurélio, Rundsthen, Gladys, Marcelo Assafin, Renato, Ricardo Cordeiro, Ozemar, Edvaldo, Eden, Gilson, Carlos Henrique, Ubirajara, Marcelo Sperle, Patrícia, Sandra, Jaime, Marília, Bruno, Miguel, Telma Cenira.

RESUMO

Nesta tese são apresentados os resultados de um estudo sobre os efeitos de maré na dinâmica de sistemas binários de galáxias. A principal motivação foi determinar, para uma amostra de pares de galáxias elípticas, a massa e a razão massa-luminosidade, a partir de uma abordagem que leve em conta a estrutura das galáxias constituintes dos sistemas binários. As alterações na órbita e na estrutura interna das galáxias destes sistemas, induzidas pelas forças de maré, foram também investigadas. Com estes objetivos, desenvolvemos um código de simulação numérica que faz uso das equações para sistemas de 3-corpos em uma aproximação restrita modificada. Os resultados deste trabalho indicam que, para pares nas condições examinadas, o tempo de circularização das órbitas deve exceder a idade das galáxias, sendo, porém, esta diminuição gradativa da excentricidade orbital, nos instantes de máxima aproximação, o principal efeito produzido pela ação das forças de maré. Efeitos estruturais também puderam ser detectados. A razão massa-luminosidade obtida sugere que a componente escura, envolvendo cada galáxia, contribui com cerca de 25 por cento para a massa total dos sistemas.

ÍNDICE

I.	Introdução	1
II.	Métodos de Determinação da Massa de Galáxias	8
III.	Simulação Numérica	30
	1. Equações de movimento	30
	2. Integração Numérica	36
	3. Modelo para galáxias elípticas	39
	4. Condições iniciais	49
IV.	Análise dos Resultados	61
	1. Efeitos Dinâmicos	61
	2. Efeitos Estruturais	84
V.	Massa e Razão Massa-Luminosidade	112
	1. Estimativas de massas e comparações	112
VI.	Conclusões e Perspectivas	121
	Bibliografia	124
	Apêndice I	128

ÍNDICE DE FIGURAS

- FIGURA 1 Famílias de curvas de rotação de galáxias espirais anãs, intermediárias, grandes brilhantes e de compactas brilhantes, extraídas de *Casertano e van Gorkom* (1991).
- FIGURA 2 Diagramas da energia total (em unidades definidas no Cap. III) em função do tempo (em ut), para diferentes valores do parâmetro de alizamento.
- FIGURA 3 Diagrama da velocidade circular em função do raio para os modelos de galáxia elíptica, cujos parâmetros são dados na tabela I do capítulo III (modelos I1, I2, I3 e I4).
- FIGURA 4 Diagrama da velocidade circular em função do raio para os modelos de galáxia elíptica, cujos parâmetros são dados na tabela I do capítulo III (modelos J1, J2, J3 e J4).
- FIGURA 5 Diagrama da velocidade circular em função do raio para os modelos de galáxia elíptica, cujos parâmetros são dados na tabela I do capítulo III (modelos K1, K2, K3 e K4).
- FIGURA 6 Representação esquemática da órbita de uma das galáxias do par, onde destacamos duas posições consecutivas quaisquer (r_1 e r_2).
- FIGURA 7 Gráficos da variação do tempo de circularização (em TH) de órbitas binárias em função do raio do halo (Alvo e Intrusa têm

halos com mesma dimensão, em ud), para três diferentes excentricidades iniciais (0.3, 0.5 e 0.7)

FIGURA 8

Gráficos da variação do tempo de circularização (em TH) de órbitas binárias em função da separação pericêntrica inicial (em ud) correspondentes às mesmas experiências que forneceram a figura 7.

FIGURA 9

Gráficos da variação do tempo de circularização (em TH) de órbitas binárias em função do raio do halo (em ud) da primária (a secundária, nestas experiências, não dispõe desta componente), para três diferentes excentricidades iniciais (0.3, 0.5 e 0.7).

FIGURA 10

Gráficos da variação do tempo de circularização (em TH) de órbitas binárias em função da distância pericêntrica inicial (em ud) correspondentes às mesmas experiências que forneceram a figura 8

FIGURA 11

Gráfico do tempo de circularização (em ut) em função da massa total de sistemas binários (em ud).

FIGURA 12

Gráfico do logaritmo do tempo de circularização calculado (em TH) em função do logaritmo do tempo de circularização (também em TH) obtido a partir de uma regressão multi-linear como descrita no item 1 do capítulo IV.

FIGURA 13

Diagramas das órbitas de alguns pares de "galáxias" simulados vistas do referencial do centro de massa dos sistemas.

FIGURA 14

Representação esquemática da divisão em "conchas" da distribuição espacial das "estrelas" de prova, para determinação das regiões I, II e III, dentro das quais calculou-se a dispersão de velocidades das partículas-teste.

FIGURA 15a

Gráfico para a exp. A1 (parâmetros iniciais apresentados na tabela II do Cap. III). Mostra o comportamento da dispersão de velocidades (em Km/s) em função do tempo (em ut), para duas regiões distintas (central e intermediária) da Alvo quando a Intrusa tem massa total nula. As retas superpostas às curvas resultaram de um ajuste linear conforme descrito no texto (Cap. IV).

FIGURA 16a

Gráfico para a exp. A5 (parâmetros iniciais apresentados na tabela II do Cap. III). Mostra o comportamento da dispersão de velocidades (em Km/s) em função do tempo (em ut), para duas regiões distintas (central e intermediária) da Alvo quando a Intrusa tem massa total nula. As retas superpostas às curvas resultaram de um ajuste linear conforme descrito no texto (Cap. IV).

FIGURA 15b

Gráficos do comportamento das anisotropias tangencial (σ_t^2/σ_r^2 , representada pela curva contínua) e axial (σ_z^2/σ_r^2 , representada pela curva tracejada) das velocidades "estelares" nas "galáxia" Alvo simulada, em duas regiões (central e intermediária) e em função do tempo (em ut). Na região II, as retas superpostas resultaram do ajuste linear das razões de dispersão. Resultados obtidos para a experiência A1 (tabela II, Cap. III)

FIGURA 16b

Gráficos do comportamento das anisotropias tangencial (σ_t^2/σ_r^2 , representada pela curva contínua) e axial (σ_z^2/σ_r^2 , representada pela curva tracejada) das velocidades "estelares" nas "galáxia" Alvo simulada, em duas regiões (central e intermediária) e em função do tempo (em ut). Na região II, as retas superpostas resultaram do ajuste linear das razões de dispersão. Resultados obtidos para a experiência A5 (tabela II, Cap. III)

FIGURA 15c

Gráficos das razões axiais nos planos X,Y (b/a) e X.Z (c/a) em função do tempo (em ut) para duas regiões (interna, representada pela curva contínua e externa, representada pela tracejada). Estes resultados foram obtidos (exp. A1, tabela II, Cap. III), para a Alvo tendo a Intrusa massa total nula. As retas superpostas as curvas resultaram do ajuste linear destas.

FIGURA 16c

Gráficos das razões axiais nos planos X,Y (b/a) e X.Z (c/a) em função do tempo (em ut) para duas regiões (interna, representada pela curva contínua e externa, representada pela tracejada). Estes resultados foram obtidos (exp. A5, tabela II, Cap. III), para a Alvo tendo a Intrusa massa total nula. As retas superpostas as curvas resultaram do ajuste linear destas.

FIGURA 15d

Variação do número total de "estrelas" de prova dentro de um raio fixo da Alvo (exp. A1, tabela II, Cap. III), ao longo do tempo (em ut), tendo a Intrusa massa total igual a zero.

FIGURA 16d

Variação do número total de "estrelas" de prova dentro de um raio fixo da Alvo (exp. A5,

I. INTRODUÇÃO

Um dos problemas de grande atualidade em Astrofísica é o de determinar as massas de galáxias, tendo em vista a possibilidade de uma fração considerável do Universo poder se constituir de matéria "não-visível" (eventualmente não bariônica). Esta componente "não-visível", denominada mais freqüentemente por "matéria-escura", teve sua existência sugerida, já há algumas décadas, por Zwicky (1937) e Smith (1936). De acordo com Trimble (1987), a era moderna da pesquisa sobre "matéria-escura" teve início em 1974 com Ostriker et al (1974) e Einasto et al (1974). Estes autores tabelaram as massas de galáxias espirais e elípticas em função do raio e observaram que M aumentava linearmente com r até, no mínimo, 100 Kpc com massas de até $10^{12} M_{\odot}$. Ainda de acordo com estes estudos, a densidade de massa no Universo, atribuída a galáxias, pode estar sendo subestimada por um fator da ordem de 10, uma vez que diferentes tipos de observações sugerem que uma grande quantidade de matéria "não-visível" existe na forma de halos gigantes de baixa luminosidade circundando as galáxias. Desde que tal hipótese foi levantada, a presença de uma quantidade de "matéria-escura", correspondente a cerca de 90% da massa total do Universo, tornou-se tão aceita que astrônomos ainda em dúvida, mesmo não havendo comprovação definitiva de sua existência, encontram-se na posição de ter que justificar seu ponto de vista discordante (Trimble, 1987). Embora disponha-se hoje de um grande número de possíveis evidências observacionais que favoreçam esta hipótese (Faber e Gallagher, 1979; Trimble, 1987; Tremaine, 1992 e Ashman, 1992, proporcionaram importantes e completas revisões sobre o tema), argumentos contrários, inicialmente levantados por Burbidge (1975) e Woltjer (1975) continuam, eventualmente, a ser discutidos (Valtonen et al, 1985a,b e Valtonen e Byrd, 1986). Tais argumentos baseiam-se, principalmente, em considerações feitas acerca dos métodos dinâmicos de determinação de massas.

A evidência observacional mais convincente, até o momento, da existência de uma componente escura em galáxias, é o achatamento

da curva de rotação de galáxias espirais. Tal achatamento indica que, além do limite observado (seja em óptico ou em rádio), uma quantidade substancial de massa mantém a curva constante com o raio, impedindo que decline, como prevê a teoria, caso a única matéria existente seja a luminosa. Tal explicação decorre do fato de os métodos dinâmicos empregados na determinação de massas estarem baseados na suposição de que a força dominante nestes sistemas é a força gravitacional em sua aproximação Newtoniana. Se o Teorema do Virial não for aplicável em escalas galáticas, muitas das evidências para "matéria-escura" serão enfraquecidas.

De fato, uma outra forma de explicar o achatamento observado das curvas de rotação é a possibilidade de que a gravidade em sua aproximação Newtoniana não possa ser aplicada em escalas de baixas acelerações, tais como as características de galáxias. *Milgrom* (1983) investigou esta hipótese e introduziu sua teoria da "dinâmica Newtoniana modificada" (MOND). Em baixas acelerações, a teoria MOND sempre prediz curvas de rotação achatadas de modo que a dinâmica de galáxias espirais é interpretada como consequência natural do limite de baixa aceleração, não havendo necessidade de "matéria-escura". Comparações de predições feitas pela teoria MOND com curvas de rotação observadas de espirais mostram razoável acordo (*Begeman et al.*, 1991). A inabilidade, no entanto, desta teoria em explicar as curvas de rotação de galáxias anãs e de algumas galáxias tipo disco parece comprometê-la. No caso de galáxias anãs, *Milgrom* sugeriu a existência de erros observacionais na determinação da inclinação e distância destes objetos. A dificuldade maior, no entanto, ainda consiste em entender-se, no contexto da teoria MOND, a qual sempre produz curvas de rotação achatadas, o declínio observado nas curvas de rotação de algumas espirais, em raios maiores, como por exemplo parece ser o caso das galáxias NGC 3521 (*Casertano e van Gorkon*, 1991) e NGC 7793 (*Carignan e Puche*, 1990).

Além da busca de respostas para a questão acerca da simples comprovação ou não da existência de "matéria-escura" em galáxias, procura-se hoje, principalmente, o entendimento da natureza das partículas que constituem esta massa não-luminosa bem como sua distribuição e quantidade no Universo (*Trimble*, 1987).

Dado que a dinâmica de sistemas astronômicos, em uma vasta

escala de dimensões, é dominada, acredita-se, por este material, o qual revela sua presença apenas por meio dos efeitos gravitacionais, a solução para muitos problemas astrofísicos seria obtida mais rapidamente se a natureza da "matéria-escura" pudesse ser estabelecida. Por exemplo, as tentativas para entender os mecanismos de formação de galáxias seriam grandemente simplificadas se soubessemos se a "matéria-escura" é originariamente bariônica ou não-bariônica e ainda, neste último caso, se é "fria" ou "quente" (Ashman, 1992).

Algumas das idéias a cerca da presença de "matéria-escura" em galáxias, apresentadas em recente reunião (*Dark Matter in Galaxies workshop*, 1991), foram, por Ashman (1992) assim resumidas: observações indicam que halos escuros circundam muitas, senão todas, as galáxias. Evidências sugerem que muitas galáxias anãs têm frações maiores de "matéria-escura" do que galáxias normais assim como densidades de "matéria-escura" central também maiores. Algumas curvas de rotação de espirais continuam a crescer enquanto outras declinam dentro do raio óptico enfraquecendo, deste modo, a chamada "conspiração disco-halo". Técnicas observacionais e teóricas estão se tornando cada vez mais elaboradas na tentativa de comprovar a presença de halos escuros em galáxias elípticas, bem como vários métodos vêm sendo empregados para a investigação da forma dos halos. Já se pode impor restrições à extensão da componente escura que circunda a Galáxia uma vez que, para algumas galáxias, a extremidade do halo escuro pode ter sido detectada. Experimentos com micro-lentes gravitacionais, iniciados recentemente, logo poderão, acredita-se, revelar a natureza da "matéria-escura" na Galáxia. No momento, algumas considerações teóricas e observacionais apontam como bariônica a "matéria-escura" em galáxias, embora também seja possível, de acordo com Ashman, que resulte da combinação de ambas, matéria bariônica e não-bariônica.

Dada a importância, como podemos perceber, de estimar-se a massa das galáxias, diversos métodos dinâmicos foram desenvolvidos para sua determinação. De maneira geral podemos dizer que são eles: o método que utiliza curvas de rotação de sistemas achatados (como galáxias espirais), o Teorema do Virial aplicado a estrelas em sistemas esferoidais (como galáxias elípticas), a análise

estatística de amostras de sistemas binários de galáxias e o Teorema do Virial aplicado a grupos e aglomerados. As mais elementares considerações (Burbidge, 1975) mostram que em todos os casos a massa é obtida com o uso da seguinte equação:

$$M(r) = \frac{K}{G} rV^2(r) , \quad \text{I.1}$$

onde K é uma constante da ordem da unidade, a qual é diferente em cada um dos diferentes métodos. V(r) é a velocidade de rotação das estrelas em uma galáxia espiral, ou uma medida da velocidade randômica de estrelas em uma galáxia elíptica, ou uma medida do movimento aleatório de galáxias em um grupo ou aglomerado, ou ainda uma medida da diferença de velocidade radial projetada média de galáxias em sistemas binários. Tal equação resulta, simplesmente, de igualar-se a força centrífuga à força gravitacional para um objeto, como uma galáxia, ou para um sistema mais complexo, tal como um aglomerado. O ponto crítico é que todos os resultados obtidos com o uso da equação acima são significativos somente se admitimos que os sistemas em estudo estão gravitacionalmente ligados. Se o sistema possuir energia total positiva ou se as componentes estiverem aparentemente "ligadas" por um efeito de projeção, os resultados obtidos a partir desta suposição não têm qualquer validade. Uma descrição mais detalhada dos métodos de determinação de massas de galáxias e alguns dos resultados obtidos com a aplicação destes é retomada no capítulo II.

Entre os métodos mencionados destaca-se, como um dos mais eficientes para a investigação de "matéria-escura" em galáxias, o estudo de sistemas binários visto que estes sistemas constituem-se em corpos de prova que permitem uma estimativa de massas contidas em volumes muito maiores, superiores àqueles alcançados por curvas de rotação, por exemplo. Alguns dos resultados, vantagens e desvantagens, bem como progressos no desenvolvimento e aplicação de tal método são apresentados no Capítulo II. Cabe, no entanto, destacar que as dificuldades inerentes a este estudo residem no fato de que somente uma determinação estatística das massas dos

objetos de uma amostra é obtida, já que supomos que os valores possíveis dos elementos orbitais estejam igualmente distribuídos entre os pares considerados. Alia-se a esta dificuldade a possibilidade de contaminação da amostra por pares "ópticos", isto é, próximos por efeito de projeção e não por interação física. Esta complicação adicional pode conduzir a resultados enganosos e de difícil detecção. Tais dificuldades foram resumidas por *Faber e Gallagher* (1979).

A metodologia a ser empregada, e que constitui o objetivo do presente projeto, consiste no estudo de pares de galáxias próximas e conseqüentemente em interação. A existência de distorções na forma e/ou distribuição de luz das galáxias podem constituir-se em evidências da realidade física dos pares como apontadas inicialmente por *Page* (1952) e confirmadas, posteriormente, por *Karachentsev* (1985) entre outros. O estudo estatístico de uma amostra de pares próximos e em interação pode fornecer uma massa estatística livre da contaminação por sistemas "ópticos". No entanto, a consideração de pares próximos implica que a aproximação de massas pontuais, justificável quando a distância entre as galáxias é muito maior que a dimensão destas, não pode mais ser aplicada.

Considerando-se que estudos estatísticos de amostras binárias ainda constituem um dos métodos mais eficientes de se investigar a componente escura em galáxias, propomo-nos, no presente trabalho, a desenvolver estimativas de massas de galáxias aplicando tal metodologia onde incluiremos considerações a cerca da estrutura das galáxias constituintes do par. A modelagem de pares pode permitir estimativas de massas dinâmicas mais precisas, como objetivamos, principalmente se combinada a um procedimento estatístico que se utilize de todas as informações contidas em uma determinada amostra. Um procedimento que segue esta filosofia é o descrito em *Pacheco e Junqueira* (1988), onde descartou-se as médias das grandezas dinâmicas observadas e fez-se uso das distribuições de frequência destas quantidades.

Simulações numéricas em estudos estatísticos são essenciais, pois propiciam a comparação de amostras reais com aquelas construídas com as mais diversas condições iniciais. Neste estudo desenvolvemos um grande número de simulações numéricas que

permitiram construir amostras de sistemas binários onde a estrutura das galáxias é levada em conta. A comparação com uma amostra real permitiu obter uma estimativa para a massa das galáxias nesta amostra, abandonando definitivamente o modelo de massas pontuais.

A partir da modelagem das galáxias que constituem o par (consideramos somente pares de galáxias elípticas) pudemos investigar alterações dinâmicas nas órbitas binárias fechadas devido a influência das forças de maré, tais como a circularização, obtendo uma estimativa do tempo necessário para esta ocorrer. Pudemos investigar também alterações estruturais globais ao longo do tempo decorrentes das interações entre as galáxias do par.

Fotometria superficial e dados espectrocópicos de velocidades radiais para algumas galáxias elípticas em interação (*Borne, 1988; Borne et al., 1988; Balcells et al., 1989*) foram utilizados no passado recente para a construção de um modelo de 3-corpos semi-restrito, como aquele empregado em nosso estudo. Nestes trabalhos anteriores o modelo foi utilizado para reproduzir a morfologia e as quantidades observacionais características de determinados pares especificamente. Esses modelos, de acordo com *Barnes e Hernquist (1992)* reproduzem, embora com dificuldade, a forma perturbada pela ação das marés e os perfis de velocidades destas galáxias. De acordo com estes autores, porém, é difícil garantir que sejam as únicas representações possíveis dos sistemas estudados uma vez que parecem não serem restringidas pelos dados.

Barnes e Hernquist sugerem que modelos totalmente auto-consistentes incluindo halos escuros são necessários para prever a evolução futura destes pares. Ao utilizar o modelo de 3-corpos restrito modificado para simular o movimento orbital dos corpos de prova em nossos experimentos, não pretendemos reproduzir em detalhes as características de um par específico, o que seria possível, talvez, apenas por meio de simulações numéricas de N-corpos, onde considera-se o efeito da interação gravitacional de cada corpo de prova sobre as demais. Pretendemos, sim, construir amostras de sistemas binários de galáxias, onde considera-se a estrutura, e avaliar as grandezas dinâmicas globais que caracterizam tais sistemas. Através destas, inferir a massa média

de galáxias em uma amostra de pares e a contribuição de um halo escuro para esta estimativa. Tal modelagem tem a vantagem de ser muito menos dispendiosa, a nível computacional, do que outros métodos de simulação, permitindo que um número razoável de experimentos seja realizado, o que é necessário quando pretende-se fazer uma análise estatística.

Objetivamos, em resumo, combinar as vantagens da modelagem de galáxias que permite abandonar a aproximação Kepleriana clássica com aquelas decorrentes de uma abordagem estatística para a determinação da massa. No capítulo II desta apresentação fazemos uma breve revisão dos métodos de determinação de massas de galáxias. No capítulo III descrevemos o processo de simulação numérica, o desenvolvimento do método, o modelo para galáxias elípticas elaborado e as condições iniciais dos experimentos numéricos realizados. No capítulo IV discutimos os resultados globais relativos às alterações dinâmicas, incluindo estimativas para o tempo de circularização, e as alterações estruturais, onde destacamos a difusão das órbitas "estelares" das "galáxias" de menor massa no par, no instante de máxima aproximação. O método estatístico e a estimativa da massa de galáxias em sistemas binários a partir da comparação de uma amostra de 46 pares de galáxias E com amostras simuladas é apresentada no capítulo V. No capítulo VI enumeramos as conclusões gerais e as perspectivas futuras.

II. MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO DA MASSA DE GALÁXIAS

Como adiantamos no capítulo anterior, diversos métodos podem ser empregados para a determinação da massa de galáxias, aplicados a objetos isolados ou a associações de galáxias com diferentes graus de multiplicidades. Todos estes métodos, de um modo geral, baseiam-se na utilização da equação (I.1) do capítulo I. Apresentamos a seguir uma suscinta revisão acompanhada de alguns dos resultados obtidos. Começamos pela determinação de massas de objetos isolados como espirais e elípticas, prosseguimos com sistemas maiores como grupos e aglomerados e completamos com uma descrição dos progressos na análise de sistemas binários de galáxias, objeto de estudo do presente trabalho. Esta revisão é motivada, principalmente, por possibilitar uma comparação dos resultados alcançados, com os diferentes métodos descritos, com aqueles obtidos com o procedimento desenvolvido neste projeto.

GALÁXIAS ESPIRAIS

A massa de galáxias espirais pode ser estimada a partir da análise das curvas de rotação destes objetos. No passado recente, curvas de rotação obtidas opticamente foram utilizadas para se determinar a distribuição de massa das galáxias com esta morfologia até o limite observado da ordem de 0.3 raio de Holmberg. Nesta região esperava-se que a curva de rotação já houvesse alcançado o seu valor máximo, declinando para além deste limite. Para a determinação da massa usava-se uma parametrização da curva de rotação sugerida por Brandt (1960) dada por:

$$V(r) = \frac{V_{\max} \left(\frac{r}{R_{\max}} \right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left(\frac{r}{R_{\max}} \right)^n \right)^{3/2n}}$$

onde V_{\max} é a velocidade rotacional máxima, R_{\max} é o raio onde a velocidade rotacional é máxima e n é um parâmetro de forma que

determina o quão rápido a curva alcança o limite Kepleriano. A massa total da galáxia é então dada por:

$$M_T = \left(\frac{3}{2} \right)^{3/n} \frac{V_{\max}^2 R_{\max}}{G}$$

Esta equação nada mais é do que aquela dada pela expressão (I.1) do capítulo anterior, sendo que a parametrização de *Brandt* ajusta a curva observada permitindo que um modelo de distribuição de massa possa ser encontrado e a massa total do sistema determinada.

A velocidade de rotação de muitas das galáxias espirais, no entanto, como já mencionado antes, mantem-se aproximadamente constante até grandes raios ao invés de declinar como se esperaria caso a massa visível fosse a única massa gravitante. Este efeito tornou-se aparente em curvas de rotação ópticas (*Rubin et al.*, 1980) e, mais dramaticamente, em curvas de rotação mais extensas do hidrogênio neutro HI (*Bosma*, 1978). Observações de HI apresentam a vantagem de o disco de gás extender-se até raios muito maiores do que o raio óptico, de modo que torna-se mais difícil descartar a presença de "matéria-escura". Estes resultados foram discutidos e resumidos por *Faber e Gallagher* (1979).

Na década de 70, a idéia de halos escuros circundando galáxias espirais foi bem aceita, uma vez que por décadas suspeitou-se da presença de "matéria-escura" em aglomerados. O rápido consenso acerca desta possibilidade foi compensado por diferenças de opiniões consideráveis relativas a como esta massa se distribui em torno das galáxias. Este problema continua não resolvido e é o centro da questão de como construir modelos de massa a partir dos dados observacionais.

Atualmente utilizam-se diversos métodos para a decomposição de curvas de rotação de galáxias espirais (cujos bojos não sejam proeminentes) em componentes disco e halo como uma forma de determinar a massa destes objetos. O mais tradicional consiste em ajustar a razão massa-luminosidade da componente estelar a valores consistentes com a curva de rotação interna. A discrepância, em

raios maiores, entre a velocidade produzida pelo chamado "disco-máximo" e a curva de rotação observada é atribuída à "matéria-escura" (Sancisi e van Albada, 1987). Embora apresentem-se vários argumentos favoráveis à esta hipótese de "disco-máximo", as soluções obtidas com este modelo frequentemente requerem que muitas galáxias possuam halos escuros vazios. Isto porque, muitas vezes, o disco fornece toda a velocidade de rotação observada próximo do centro da galáxia tal que, o halo escuro teria que possuir massa igual a zero nas regiões internas. Outra dificuldade com estes "discos-máximos" é que algumas galáxias têm curvas de rotação similares a despeito de possuírem perfis de luz muito diferentes (van der Kruit, 1992). Tal comportamento não é compreendido no contexto destes modelos, uma vez que espera-se que as curvas de rotação reflitam predominantemente a distribuição de massa visível.

A forma das curvas de rotação ópticas são também tema de muitas discussões. *Burstein e Rubin* (1985) sugeriram que tais curvas podem ser classificadas, baseando-se em suas formas, em três "tipos de massa" distintos. Estes autores argumentaram que tais "tipos" não apresentam correlação com a distribuição de luz da galáxia, de modo que refletiriam diferenças nas propriedades dos halos escuros. Outros autores (*Forbes e Whitmore*, 1989) discordam desta argumentação e sugerem que as diferenças podem ter sido produzidas apenas por efeitos gravitacionais no disco, uma vez que estes "tipos de massa" apresentam correlação com o tipo de *Hubble* e com a luminosidade. Há, portanto, dúvidas se os "tipos de massa *Burstein-Rubin*" refletem, de fato, variações na concentração de massa da componente visível ou se as diferenças são produzidas pelo halo.

Evidências de que halos escuros dominam a dinâmica interna de espirais anãs sugerem que em alguns sistemas as curvas de rotação refletem, predominantemente, as propriedades dos halos. A figura 1 abaixo, extraída de *Ashman* (1992), mostra as famílias de curvas de rotação, descritas por um estudo de *Casertano e van Gorkon* (1991), onde observa-se que as curvas para espirais anãs crescem com o raio enquanto aquelas para espirais brilhantes, frequentemente, declinam.

Para galáxias espirais, investiga-se também a presença, em

galáxias disco, de "braços" bem definidos como uma forma de limitar-se a quantidade de "matéria-escura" em seus halos. Conclusões preliminares deste estudos parecem indicar que discos e halos escuros tem massas comparáveis dentro do raio ótico (*Bahcall e Casertano, 1985*). Outros resultados (*Athanassoula et al., 1987*) sugerem que halos escuros circundando espirais do tipo "primordial" (early-spirals) são mais concentrados no centro do que aqueles em espirais do tipo "tardio" (late-spirals). Esta sugestão está baseada no argumento de que discos "quentes" podem ser capazes de manter estruturas espirais, precisamente, na presença de halos de "matéria-escura" de dimensões apreciáveis.

Muitos modelos de massa para galáxias espirais admitem que o halo escuro pode ser modelado por esferas isotérmicas modificadas. Tal modelagem, porém, ainda apresenta problemas, sendo que alguns parecem mesmo condená-la. *Lake e Feinswog (1989)*, utilizando 37 curvas de rotação óticas e 16 em 21 cm, encontraram que se uma esfera isotérmica for admitida para modelar o halo a densidade central deste pode, frequentemente, ser bem determinada, mas os valores individuais da velocidade de rotação assintótica e do raio de "core", geralmente, não o são. Tais dificuldades mostram que esta questão não foi ainda suficientemente discutida para que se tenha uma conclusão definitiva.

Como conclui *Ashman (1992)*, o problema da "matéria-escura" em espirais vem sendo, já a bastante tempo, muito debatido. Contudo, percebe-se claramente que novas técnicas de modelagem de massa devem ser ainda desenvolvidas para que as incertezas que persistem possa ser definitivamente eliminadas.

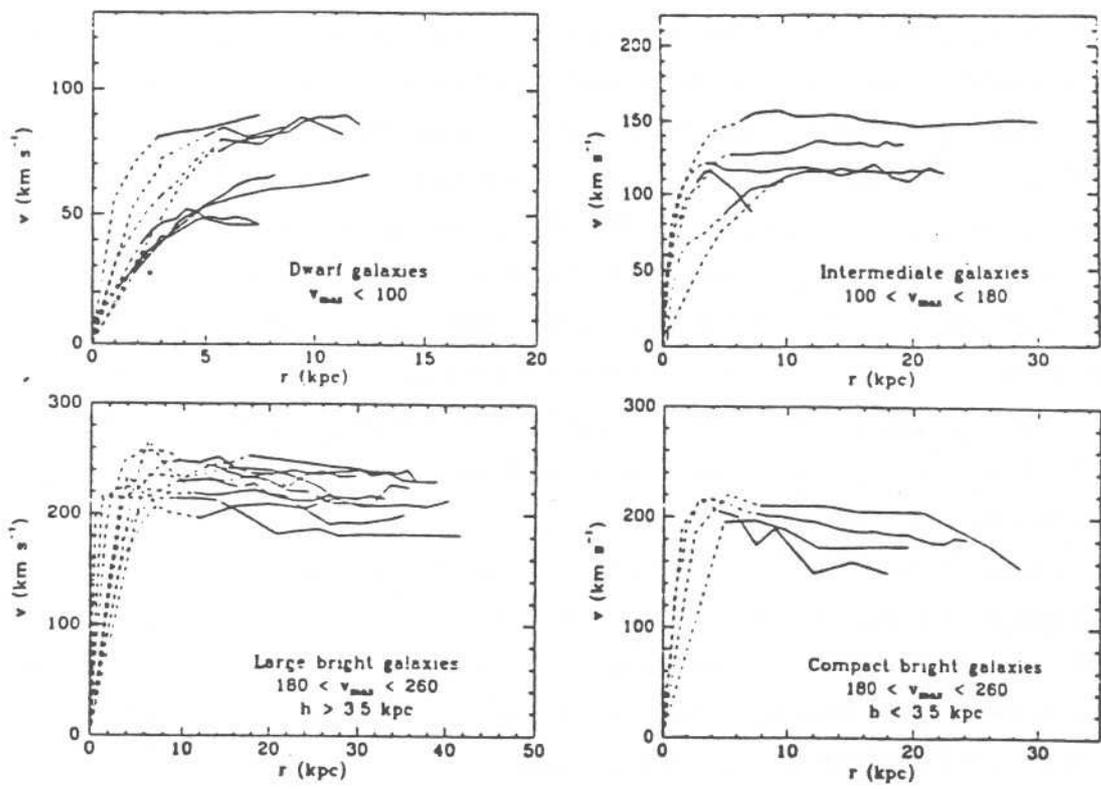


FIGURA 1

GALÁXIAS ELÍPTICAS E LENTICULARES

Basicamente, os métodos inicialmente sugeridos para a determinação da massa de galáxias elípticas e galáxias S0 restringiam-se a três: o Teorema do Virial aplicado ao conjunto das estrelas de uma galáxia, a análise das dispersões de velocidades centrais destas estrelas e o estudo do movimento circular de um corpo de prova ao redor da componente esferoidal.

O Teorema do Virial pode ser aplicado supondo-se que a galáxia é esférica, não tem rotação, a energia cinética de cada estrela por unidade de massa é independente da massa total do sistema e o sistema está relaxado dinamicamente. Nestas condições pode-se enunciá-lo da seguinte forma:

$$M \langle V^2 \rangle + U = 0 \quad \text{II.1.1}$$

onde U é a energia potencial, M a massa total e $\langle V^2 \rangle$ a velocidade quadrática média das estrelas (ponderada pela massa) relativa ao centro de massa da galáxia. Este último parâmetro é, geralmente, estimado a partir da dispersão de velocidades das estrelas observada na linha de visada (σ) no núcleo admitindo-se que σ^2 é constante em toda a galáxia, uma suposição não confirmada por diversas observações.

A estimativa da energia potencial U é também bastante incerta. Admite-se para tal (Faber e Gallagher, 1979) que a distribuição de luz é um indicador adequado da distribuição de massa e que os perfis de luminosidade das elípticas são similares e adequadamente descritos por expressões empíricas tais como a lei $r^{1/4}$ de de Vaucouleurs (1948), o que levaria a (Poveda, 1958):

$$U = \frac{-0.33 GM^2}{R_e} \quad \text{II.1.2}$$

onde R_e é, por definição, o raio isofotal que contém metade da luz e da massa. Substituindo-se (II.1.2) em (II.1.1) e determinado-se $\langle V^2 \rangle$ obtem-se a massa total da galáxia:

$$M \propto \frac{\langle V^2 \rangle R_e}{G}$$

Novamente temos aqui a equação (1.1) apresentada no capítulo I. Esta estimativa pode falhar pois, como verificou-se (Carter, 1977) a luz total na envoltória de algumas elípticas, como por exemplo as Cd, não satisfaz a lei de *Vaucouleurs*, o que torna difícil a determinação de R_e . Outro problema surge se galáxias elípticas estiverem envolvidas por quantidades muito grandes de "matéria-escura" além da parte visível. Nestas condições R_e , visto que é determinado a partir apenas das estrelas, pode não estar correlacionado com a verdadeira distribuição de massa da galáxia.

King e Minkowski (1972), sugeriram um segundo método baseado nas equações de hidrodinâmica estelar aplicadas somente ao núcleo da galáxia. Os dados observacionais necessários para aplicação deste método são o brilho superficial central (I_0), o raio do núcleo (R_c) e a dispersão de velocidades na linha de visada (σ), no núcleo. A partir destes dados, pode-se determinar a densidade e a razão M/L do núcleo. A massa total não é obtida. O método assume que a distribuição de velocidades nucleares é gaussiana e isotrópica em toda a região.

O último método aplica-se aos discos estelares das galáxias S0 e ao gás existente em órbita nas galáxias elípticas. É um método simples e direto e a massa do sistema é determinada a partir da análise da força que atua sobre um corpo de prova, em movimento circular ao redor da componente esferoidal da galáxia.

Em recente revisão *Ashman* (1992) argumenta que a ausência de galáxias elípticas brilhantes no Grupo Local contribui para dificultar as investigações de halos escuros associados a estes objetos. Verifica também que dispersões de velocidades estelares, como sabe-se hoje, são em muitas ocasiões de precisão insuficiente para permitir estabelecer o potencial gravitacional e por vezes permitem examinar apenas as regiões internas destas galáxias. Observações em raio-X têm se mostrado, contrariamente, a maneira mais eficiente de se estudar elípticas e evidenciar a presença de halos escuros que se estendam até bem além das partes visíveis destas galáxias. Quanto às galáxias S0, muitas galáxias do tipo

"polar-ring", que são de fato lenticulares, estão sendo consideradas como os objetos mais apropriados para fornecer maiores informações a cerca da forma dos halos escuros.

A utilização de observações em raio-X, para o estudo de galáxias elípticas, parte da suposição de que a emissão observada neste comprimento de onda é proveniente do gás térmico em equilíbrio hidrostático com o potencial gravitacional local. Esta idéia pode ser expressa através da equação de equilíbrio hidrostático.

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-G M(r) \rho_g}{r^2},$$

onde P é a pressão e ρ_g é a densidade do gás. Combinando esta expressão com a lei para um gás ideal tem-se uma estimativa para a massa. Aplicando este método a M87 *Fabricant et al.* (1980) e *Binney e Cowie* (1981) encontraram, ambos, evidências para uma grande quantidade de massa no centro de Virgo. Estes estudos, porém, não conseguiram chegar a um acordo quanto a possibilidade desta massa estar associada a um halo escuro que envolveria M87 ou estar, alternativamente, associada ao aglomerado como um todo.

De acordo com *Ashman* (1992), esta divergência de opiniões exemplifica bem o problema de se aplicar tal método a galáxias elípticas. Isto se dá porque os dados disponíveis, até o momento, fornecem informações insuficientes a cerca do perfil de temperatura do gás que está emitindo em raio-X, o que inviabiliza o estabelecimento da distribuição de massa. Na tentativa de resolver este problema *Stewart et al.* (1984) combinaram imagens em raio-X com dados espectroscópicos de M87 e seus resultados permitiram-lhes concluir que um halo escuro com massa de cerca de $3 \times 10^{13} M_{\odot}$ circunda esta galáxia, com densidade central cerca de $1.5 \times 10^{-2} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$. Estes resultados foram confirmados posteriormente pela análise da dinâmica de aglomerados globulares em M87. Com tal análise *Huchra e Brodie* (1987) obtiveram velocidades e distâncias projetadas para alguns aglomerados globulares e determinaram uma massa dinâmica para a galáxia de cerca de $6 \times 10^{12} M_{\odot}$ dentro de um raio de 18 kpc de seu centro. Estes resultados convergem para aqueles obtidos em raio-X, quando extrapola-se seu halo escuro e

admiti-se uma distribuição de massa do tipo $M \propto R$. A razão massa-luminosidade encontrada foi de aproximadamente 150. Considerando este valor como um limite superior da razão massa-luminosidade estelar obtem-se que a razão entre a "massa-escura" e a massa luminosa deve ser, no mínimo, 15.

Estudos mais recentes (*Mould et al.*, 1990), usando a cinemática de aglomerados globulares em M87, constataram que modelos de massa desprovidos de halos escuros não ajustam bem os dados. *Forman et al.* (1985) selecionaram uma amostra de 55 galáxias elípticas para estudos em raio-X e concluíram que estas galáxias possuem massas dinâmicas superiores a $5 \times 10^{12} M_{\odot}$. As mais altas razões de "massa-escura" para massa luminosa encontradas em sua amostra foram superiores a 10. Contudo, deve-se considerar, de acordo com *Ashman* (1992), que a suposição simplificadora de que o gás obedece a uma distribuição isotérmica pode, em princípio, levar a valores superestimados para a massa dinâmica total. De fato, outros autores (*Trinchieri et al.*, 1986) concluíram que incertezas nos perfis de temperatura e suposições de que o gás está em equilíbrio hidrostático podem produzir erros de um fator 10 na estimativa destas massas.

Para obter estimativas de massa menos dependentes de conhecimentos a cerca dos perfis de temperatura *Fabian et al.* (1986) desenvolveram uma expressão para a massa mínima de halos escuros circundando elípticas. Admitindo que o gás dentro do halo está confinado por uma atmosfera hidrostática externa, o que não é de todo irrazoável pois existe um gás interestelar quente circundando muitas elípticas, e fazendo outras suposições acerca da estabilidade do gás, determinaram um limite inferior para a massa de ligação de uma galáxia. Aplicando tal método à mesma amostra de 55 elípticas citada acima, os autores encontraram valores de massa maiores que os anteriores os quais exigiam maior quantidade de "matéria-escura". Encontraram também uma razão massa-luminosidade de aproximadamente 74 com alguns halos tendo massas de até $10^{13} M_{\odot}$. Considerações adicionais feitas por outros autores conseguiram determinar, no entanto, utilizando o mesmo método, massas muito menores. Apesar das incertezas, este método fornece fortes evidências de halos escuros de massas substanciais circundando pelo menos algumas elípticas.

Recentemente retomou-se o uso de dispersões de velocidades estelares como forma de investigar a presença e distribuição de "matéria-escura" em elípticas. Esta técnica faz uso de perfis de dispersão de velocidades combinados com as equações de *Jeans*. Estudos feitos por *Binney et al.* (1990), utilizando tal técnica obtiveram que todas as galáxias elípticas da amostra estudada apresentavam perfis de dispersão de velocidades consistentes com uma razão massa-luminosidade constante. Assim como este, outro estudo (*van der Marel et al.*, 1990) concluiu que elípticas não apresentam evidências de "matéria-escura" dentro das regiões internas. *Ashman* (1992) destaca que, no entanto, uma razão massa-luminosidade constante não exclui a presença de um halo escuro pois, se a "matéria-escura" tem o mesmo perfil que a população estelar, a razão M/L obtida deve permanecer constante com o raio, embora venha a ser mais alta do que aquela produzida apenas pelas estrelas. Um halo mais extenso do que a componente estelar pode produzir um aumento de M/L com o raio.

Galáxias elípticas, como se sabe, podem ter seus perfis de brilho superficial ajustados pela lei $r^{1/4}$ porém, variações na distribuição e quantidade de "matéria-escura" deveriam, comparando-se diversas galáxias, variar de uma para outra produzindo distorções nesta lei. Para estudar este problema, *Bertin et al.* (1992) construíram soluções auto-consistentes de equações *Vlasov-Poisson*, a duas componentes, para elípticas imersas em halos escuros. Obteve, então, limites para a quantidade e distribuição de "matéria-escura" dentro do raio efetivo do perfil $r^{1/4}$, através das equações de *Jeans* e do Teorema do Virial. Como resultado observou que, para um vasto intervalo compreendido por seus modelos, o perfil de brilho superficial $r^{1/4}$ foi reproduzido com quantidades substanciais de "matéria-escura" dentro do raio efetivo. Aplicando esta mesma técnica a elípticas brilhantes *Saglia et al.* (1992) compararam perfis fotométricos e cinemáticos obtendo que, dentro do raio efetivo, a quantidade de "matéria-escura" não é muito grande embora esteja presente, sendo comparável à quantidade de massa da componente visível. Dentro do raio efetivo determinaram o valor de aproximadamente 7 para a razão massa-luminosidade da componente estelar. Tais modelos permitiram também estimar a razão massa-luminosidade global, a

qual é muito maior do que os valores determinados nas regiões internas das galáxias. Estudos adicionais utilizando velocidades radiais de nebulosas planetárias no halo da NGC 5128 (Ford et al., 1989) determinaram distribuições preliminares de massa, as quais apresentam um aumento na razão massa-luminosidade de 2.4 para 10.2, para o intervalo de 1.3 a 20.8 Kpc. No entanto, de Zeeuw (1992) analisou outras observações que sugerem um aumento da razão massa-luminosidade mais modesto nesta galáxia.

Estes são alguns resultados alcançados por métodos utilizados na determinação da massa em galáxias elípticas. Outros métodos, para inferir a distribuição de massa em elípticas, continuam a ser explorados, embora não forneçam, ainda, resultados conclusivos. Os resultados apenas sugerem que é extremamente provável que estes objetos sejam circundados por quantidades significativas de "matéria-escura".

GRUPOS E AGLOMERADOS

As primeiras determinações da massa de aglomerados de galáxias foram realizadas por Zwicky (1933) e Smith (1936). A partir destes estudos tornou-se mais ou menos um consenso que a dinâmica das galáxias em grupos e aglomerados implicava na existência de uma quantidade substancial de "matéria-escura" permeando-os. Entretanto, desde estes estudos pioneiros, tal conclusão depende de uma série de suposições. Por exemplo, é necessário que as componentes dos sistemas em estudo estejam ligadas gravitacionalmente e que estes estejam já virializados. Gott e Turner (1977) concluíram que muitos dos grupos por eles estudados estavam somente agora entrando em regime de relaxação, o que levaria as massas reais a serem até duas vezes menores do que as determinadas pelo Teorema do Virial.

Tanto para grupos quanto para aglomerados é, também, necessário aplicar-se correções à dispersão de velocidade radial (σ) para obter-se a dispersão de velocidade espacial (V), a qual depende dos tipos de órbitas das galáxias que compõem o sistema estudado. Se as órbitas são preferencialmente radiais então, $V^2 = \sigma^2$, se as órbitas são predominantemente circulares com uma distribuição isotrópica então, $V^2 = 3\sigma^2$. Outro problema na

determinação da massa de grupos e aglomerados reside na determinação da energia gravitacional do sistema. Para tal, é necessário estimar-se um raio gravitacional médio (R), obtido através da distribuição das galáxias. A determinação deste parâmetro, no entanto, pode ser bastante afetada pela presença das galáxias de fundo, principalmente para grupos cujo contraste de densidade, relativo ao fundo, é menor do que o de aglomerados de galáxias. Obtido o raio gravitacional, a massa pode ser calculada através do teorema do Virial, tal que $M = V^2 R / G$. Novamente temos aqui a equação I.1 enunciada no capítulo anterior.

Se o objetivo é determinar a razão massa-luminosidade, problemas adicionais, afetando a determinação de luminosidade total de grupos e aglomerados, são encontrados. Tais problemas são decorrentes da correção estatística das galáxias de fundo e da extrapolação da função de luminosidade necessária para incluir as galáxias mais fracas destes sistemas. Há evidências de que não se possa utilizar uma função de luminosidade universal de aglomerados de galáxias para tal extrapolação. *Dressler* (1978) encontrou variações significativas nas funções de luminosidade para uma amostra de 12 aglomerados de galáxias. Outro aspecto que deve ser citado, além das incertezas acima, refere-se a necessidade de se saber o quanto a luminosidade é um bom indicador da distribuição de massa para um aglomerado. Se uma fração substancial das massas das galáxias que compoem um aglomerado ou grupo não estiverem correlacionadas com as luminosidades a análise dinâmica destes sistemas fica comprometida.

Há cerca de uma década (*Huchra e Geller*, 1982; *Geller e Huchra*, 1983) publicou-se um dos mais extensos catálogos, que incluía 90 pequenos grupos de galáxias. Análises destes sistemas forneceram uma razão M/L de $170 h$ (considerando-se $h = H_0 / 100$, sendo H_0 a constante de Hubble). Estudos de tripletos de galáxias (*Karachentsev e Karachentsev*, 1982), no entanto, obtiveram uma razão M/L média de somente 10. Diferença tão grande em M/L de tripletos para pequenos grupos levou *Valtonen e Byrd* (1986) a sugerir, utilizando testes de assimetrias em "redshifts", que muitos dos sistemas com M/L muito grande não estão, de fato, ligados gravitacionalmente.

De acordo com *Trimble* (1987), todos os pequenos sistemas de

galáxias, mencionados nos estudos por ela revistos (Grupo Local, binárias e pequenos grupos), encontram-se em uma situação tal que a presença de "matéria-escura", excedendo àquela obtida através de curvas de rotação ou outros métodos locais por um fator da ordem de 10, é necessária para garantir suas estabilidades por um intervalo de tempo da ordem do tempo de Hubble, embora em todos os casos interpretações alternativas para os dados sejam possíveis.

No caso de aglomerados de galáxias (*Trimble, 1987*), os valores para a razão M/L publicados variam entre 30 e 1000, porém este intervalo pode se estreitar consideravelmente quando normalizados para um único valor de H_0 , uma única banda passante na determinação das luminosidades e considerando-se a inclinação das galáxias tal como se estivessem "face-on". Os valores encontrados na literatura variam entre 100 e 200 se corrigidos para galáxias "face-on" com luminosidades na banda V e $H_0 = 50 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Quanto à distribuição de "matéria-escura" em aglomerados (ainda de acordo com *Trimble, 1987*), supõe-se que no núcleo destes sistemas, devido às pequenas distâncias intergaláticas, halos de 100 Kpc devem ter coalescido. Adicionalmente, considera-se que os halos presentes em cada galáxia tornam-se massivos o suficiente para permitir o surgimento de um processo de segregação de massa. Neste caso as galáxias de maiores massas deslocam-se para a região central enquanto as de menores massas ocupam as regiões mais externas. Por outro lado, enquanto a segregação morfológica de galáxias nesses aglomerados é conspicua (*Giovanelli et al., 1986*), a segregação de luminosidades (*Yabushita e Allen, 1985*) não é tão destacável, levando à conclusão de que, para galáxias em aglomerados, a razão é de $M/L \leq 30$ (*White, 1978*). A quantidade de "matéria-escura" em aglomerados ricos poderia, entretanto, ser (de acordo com *Forman et al., 1985*) aquela associada a galáxias em meios menos densos, sendo que a probabilidade para que tal ocorra depende, principalmente, de como consideramos que as galáxias se formam, embora, em qualquer caso, seja possível admitir que a maior parte da "matéria-escura" deva estar associada ao aglomerado como um todo, e não às galáxias individualmente.

Um dos valores mais recentes obtido para a razão M/L em aglomerados foi aquele alcançado por *Bird (1992)* que estudou a

distribuição de "matéria-escura" no aglomerado de Hércules. Utilizando observações em 21 cm de espirais neste aglomerado associadas a técnicas estatísticas de determinação de massas obteve $M/L \approx 300 h$, para o aglomerado como um todo. Tal conclusão sugeriu que halos de galáxias, se isotérmicos, necessitam estender-se até cerca de 15 vezes as distâncias que as curvas de rotação alcançam para conseguir explicar toda a "matéria-escura", supostamente presente em Hércules. Esta distância corresponderia a halos com raios de aproximadamente 300 Kpc. Tais halos seriam maiores do que os determinados para galáxias isoladas, contudo, surge ainda a questão que 300 Kpc é uma distância pequena demais como separação típica entre galáxias neste aglomerado.

De acordo com *Ashman* (1992), os estudos desenvolvidos até a atualidade apresentam grande potencial no que se refere a restringir o raio de halos escuros de aglomerados de galáxias, mas são ainda limitados quanto a fornecer estimativas de massas confiáveis para estes sistemas.

GALÁXIAS BINÁRIAS

Assim como a existência de estrelas binárias foi proposta com base em estudos estatísticos que mostravam serem estes sistemas extremamente comuns para representarem superposições casuais, sistemas binários de galáxias foram similarmente descobertos através de procedimentos estatísticos (*Holmberg*, 1937). A confirmação da existência de estrelas binárias foi feita analisando-se muitas órbitas e mostrando que eram consistentes com a gravitação em sua aproximação Newtoniana. A confirmação para pares de galáxias com base em suas órbitas, no entanto, não pode ser feita devido aos períodos orbitais extremamente longos característicos destes sistemas.

Uma vez que interações entre galáxias (incluindo aquelas entre galáxias em sistemas binários) compreendem uma vasta gama de fenômenos, muitos estudos e revisões encontram-se hoje disponíveis na literatura. Dentre estas, a que melhor discute os aspectos observacionais de colisões de galáxias foi preparada por *Schweizer* (1986), enquanto que os primeiros métodos numéricos empregados nestes estudos foram revistos por *White* (1983). Interações

galácticas foram discutidas em recentes conferências cujos anais foram editados por *Wielen* (1990) e *Sulentic et al.* (1990). Juntas, estas conferências apresentaram uma grande variedade de pontos de vista. A mais recente revisão sobre dinâmica de galáxias em interação, no entanto, foi preparada por *Barnes e Hernquist* (1992). No presente estudo nos ateremos aos aspectos da dinâmica de sistemas binários de galáxias, relativos à determinação de massas e à investigação de "matéria-escura". Aspectos envolvendo a influência das forças de maré sob a dinâmica destes sistemas também mereceram destaque. Contrariamente, no entanto, estudos que se dedicam a um ou mais pares em especial, onde se discute a influência das forças de maré sob sua forma, por exemplo, não serão abordados, pois estão além dos objetivos deste trabalho.

O estudo da dinâmica de pares de galáxias oferece uma possibilidade mais atrativa de investigar a distribuição de massa em galáxias e evidenciar a presença de halos escuros do que curvas de rotação de objetos isolados em 21 cm. A principal vantagem do estudo de tais sistemas é que eles permitem avançar até distâncias maiores do que as observações de HI frequentemente alcançam. Conseqüentemente, permitem estabelecer limites para as dimensões dos halos escuros, se estes estão presentes. A distância entre galáxias em sistemas binários reais pode ser um indicador do raio destes halos.

Desde que a geometria da órbita de um determinado par não é conhecida pois, como já sabemos, os períodos orbitais são extremamente longos, não é possível obter-se a velocidade orbital e a separação real dispondo-se apenas das quantidades dinâmicas observadas V_{γ} (diferença de velocidades radiais) e r_p (separação linear projetada). Para obter-se a massa das galáxias um estudo estatístico de uma amostra de pares faz-se, então, necessário. Tais estudos fornecem uma estimativa de massa para a amostra como um todo, e não para um determinado sistema.

Na elaboração de amostras de sistemas binários de galáxias, a aplicação de critérios de seleção bem definidos e apropriados são indispensáveis. Tais critérios devem, principalmente, prevenir contra a contaminação por sistemas ópticos, decorrentes da justaposição casual de duas galáxias no plano do céu. Devem, também, garantir que os pares encontram-se, de fato, isolados de

outros objetos, uma vez que as duplas podem, eventualmente, ser membros de grupos ou aglomerados. *Picchio e Tanzella-Nitti* (1985) confirmando os resultados obtidos por *White et al.* (1983), mostraram que binárias isoladas têm velocidades orbitais projetadas, estatisticamente, menores do que aquelas localizadas em grupos ou aglomerados. Neste caso, isto é, se o isolamento do par não é considerado adequadamente, um sistema de 2-corpos é certamente uma representação insatisfatória da situação dinâmica verdadeira (*Pacheco e Junqueira*, 1988). Velocidades e separações que são, em média, maiores para sistemas não-isolados (*Trimble*, 1987) podem refletir efeitos do potencial relacionado com grandes grupos. Simulações de N-corpos, no entanto, sugerem que galáxias que se formam em regiões densas devem ser, de fato, mais massivas (*Haynes*, 1987).

Desde que os parâmetros utilizados para selecionar uma amostra (V_z e r_p) são exatamente os mesmos que dominam o cálculo de massas, inevitavelmente, quanto maior o intervalo de separações admitido, maiores as massas encontradas. Em muitas ocasiões, tais valores são devidos à presença de sistemas espúrios. Por outro lado, não se pode resolver o problema de contaminação por pares não-físicos considerando-se somente duplas que mostrem sinais de interação (*Trimble*, 1987). Estes pares fornecem menores massas e, conseqüentemente, menores razões M/L, todavia os membros estão próximos demais para permitir investigar características de halos escuros, principal vantagem do estudo da dinâmica de sistemas binários. Variações duvidosas e incomuns nas distribuições de separação e velocidade de pares a pequenas separações projetadas podem ser introduzidas, de acordo com *Schneider e Salpeter* (1992). Por exemplo, o máximo em 72 Km/s observado nas distribuições de diferenças de velocidades que aparecem em amostras assim restritas são, provavelmente, decorrentes desta restrição, a não ser que se prefira a sugestão de *Tifft* (1976) que os "redshifts" são quantizados. Se tais máximos são de fato introduzidos pelo processo de seleção, o grau de incompleteza destas amostras deve ser alto, o que coloca sérias dúvidas na validade das determinações de massas a partir delas.

De acordo com *van Moorsel* (1982) a vantagem da não contaminação por pares espúrios, alcançada com a imposição de uma

separação angular máxima é contrabalanceada por duas desvantagens. A primeira é aquela que acabamos de citar acerca da distância entre os pares e a investigação de "matéria-escura". A outra diz respeito ao limite em separação adotado na elaboração de um catálogo de pares. Se esta separação for menor que as dimensões orbitais típicas de duplas, as fases orbitais dos pares selecionados não estarão uniformemente distribuídas, mas serão tendenciosas em favor de valores próximos ao pericentro. Similarmente, alguns ângulos de visada serão preferidos sobre outros. Contribuições adicionais de *van Moorsel* (1982) são as sugestões para aperfeiçoar os procedimentos de seleção, o que pode ser feito de duas maneiras. Para não rejeitar pares a grandes separações, porém físicos, deve-se relaxar o critério de seleção. Muitos pares assim selecionados podem fazer parte de sistemas de multiplicidade maior. Pares isolados podem então ser identificados em etapas posteriores a partir de um catálogo mais abrangente. Admitindo-se que a contaminação por pares óticos não é completamente evitável, uma estimativa quantitativa desta contaminação seria outra forma de aperfeiçoamento.

Adicionalmente, muitas outras alternativas podem ser sugeridas para obtenção de catálogos mais confiáveis como, por exemplo, a constatação de deformações produzidas pela ação das forças de maré, podem confirmar a veracidade de determinado par. A identificação de regiões de formação instantânea de estrelas em galáxias em pares, também pode confirmar que estes sistemas de fato encontram-se em interação, o que poderia sugerir serem sistemas reais.

Historicamente, um dos primeiros estudos da dinâmica de sistemas binários de galáxias foi realizado por *Page* (1961, 1962). Para o cálculo da massa, tais estudos fizeram uso de um método estatístico que consiste em efetuar-se a média da quantidade observada (V_{rp}^2) e da função que descreve os parâmetros orbitais, determinando, então, a razão destas médias para a obtenção da massa. Em seu estudo pioneiro, *Page* reconheceu muitos dos problemas que ainda persistem e propôs condições para a obtenção de resultados mais precisos. Algumas destas condições foram: a amostra deve ser grande o bastante para que a média sobre os ângulos de projeção não produza barras de erro demasiado grandes;

deve-se assegurar que a amostra inclua somente sistemas ligados gravitacionalmente e ainda decidir-se qual a excentricidade intrínseca das órbitas dos pares. Suas velocidades radiais, determinadas espectroscopicamente, possuíam erros comparáveis às diferenças de velocidades e esta deve ser a razão (de acordo com *Trimble, 1987*) pela qual para espirais encontrou valores de M/L menores que os obtidos em investigações posteriores. Os resultados para elípticas e lenticulares, no entanto, não apresentam esta discrepância. Como discutido por *Faber e Gallagher (1979)*, este método não é adequado para estimar a massa e a M/L , pois fornece um valor superestimado para tal razão. Isto ocorre devido ao fato que a média da quantidade observada (V_{γ}^2, r_p) pode ser dominada por poucos pares da amostra que apresentam maiores diferenças de velocidades ou separações, produzindo um valor médio tendencioso. Similarmente, a distribuição de frequência da função orbital apresenta um pico para valores próximos de zero e a utilização de uma média simples não o representa corretamente, favorecendo órbitas próximas ao pericentro.

Outro estudo importante foi o desenvolvido por *Turner (1976)*, que utilizou para a determinação de M/L um teste estatístico que essencialmente compara a distribuição de frequência observada $p(V_{\gamma}, r_p)$ com amostras simuladas de $p'(V_{\gamma}, r_p)$ para várias excentricidades orbitais. Fixando diferentes razões M/L conseguiu determinar o valor que melhor reproduzia a distribuição dos dados observados. Para a aplicação de tal método é necessário estabelecer um modelo para a distribuição verdadeira de separações espaciais $D(R)$, que corrija a distribuição observada dos efeitos de projeção. *Turner (1976a,b)* e *Peterson (1979a,b)* mostraram que aparentemente $D(R)$ é uma lei de potências para um intervalo entre 20 e 500 Kpc; assim $D(R) = R^{-\gamma}$ onde $\gamma = 0.5 \pm 0.1$. O uso de tal função pode (*Faber e Gallagher, 1979*) introduzir maiores erros, pois para determiná-la é necessário conhecer-se os elementos orbitais aos quais é impossível ter-se acesso devido, como já mencionado antes, ao longo período orbital característico de pares de galáxias.

A suposição que galáxias possam ser associadas a massas pontuais é frequentemente questionada. *White (1981)* descreveu as propriedades de uma amostra de pares em termos de uma função de

distribuição, a qual caracteriza a densidade de pares em um espaço de velocidades e posições relativas a seis dimensões. Utilizando relações de escala, mostrou que a força de interação gravitacional pode ser enunciada por:

$$F \propto \frac{1}{r^{2\beta+1}}$$

Nesta análise $\beta = 1/2$ corresponde a massas pontuais, $\beta < 1/2$ simula uma distribuição extensa de massa e $\beta = 0$ corresponde ao caso no qual a velocidade circular é independente da separação. A consideração da estrutura das galáxias implica na introdução de termos de correção de maré na força Newtoniana. A primeira sugestão para correções à velocidade kepleriana foi feita para um caso mais simples por *Bisnovaty-Kogan* (1984), não estando, porém, comprovado se a equação acima com $\beta < 1/2$ é uma representação adequada da situação dinâmica real. A adoção de massas pontuais é razoável se as dimensões das galáxias são pequenas comparadas com suas separações, contudo as massas podem ser sistematicamente subestimadas se as galáxias estiverem associadas a elipsóides oblongos (*Bisnovaty-Kogan*, 1984).

Relacionando diversos estudos (*Blackman e van Moorsel*, 1984; *Karachentsev*, 1985; *Lake e Schommer*, 1984; *Peterson*, 1979a,b; *Schweizer*, 1987; *Turner*, 1976a,b e *White et al.*, 1983), para os quais dados adicionais para velocidades mais precisas, tanto no óptico quanto em 21cm, foram obtidos *Trimble* (1987) concluiu que os resultados destes estudos para um mesmo H_0 , mesma banda passante na determinação das luminosidades e mesma excentricidade orbital fornecem valores consistentes com $M/L_B = 70 \pm 20 h$ (dentro de um raio de $100h^{-1}Kpc$), assumindo-se órbita circular. Este valor reduz-se a $30 \pm 10 h$, assumindo-se que as velocidades orbitais estão distribuídas isotropicamente e uma maior diminuição é atingida se considera-se somente órbitas radiais. A única amostra discordante (*Karachentsev*, 1985) forneceu $M/L_B = 7 \pm 1 h$, sendo justamente aquela que apresenta menores separações projetadas (cerca de 50 Kpc). *Karachentsev* encontrou poucas evidências para quantidades substanciais de "matéria-escura" e argumentou que a quantidade deste material em halos circundando as galáxias de sua amostra não

deve ser mais do que duas vezes a "matéria-escura" dentro de R_{25} . Este é o resultado mais surpreendente de sua análise, visto que algumas das galáxias em sua amostra possuem curvas de rotação achatadas.

White et al. (1983), estudando a mesma amostra descrita em *White* (1981) e aplicando um método desenvolvido para a obtenção da massa, encontrou uma razão entre massa escura e massa luminosa mais alta que aquela usualmente atribuída a galáxias individuais, sendo seus resultados consistentes com a extrapolação de curvas de rotação observadas. A razão massa-luminosidade aumentava com a diminuição da luminosidade tal que:

$$\frac{M}{L} \approx 47 \pm 13 \left(\frac{r}{100 \text{ kpc}} \right) \left(\frac{L}{L_{\bullet}} \right)^{-3/4}$$

assumindo-se órbitas circulares e $h=0.5$, onde r é a separação do par e L_{\bullet} o máximo da distribuição de luminosidade. Os resultados obtidos com a aplicação de tal método mostram-se em acordo com o que obtém-se atualmente para galáxias espirais (*Ashman*, 1992).

Estudando 16 pares de galáxias utilizando curvas de rotação em 21cm dos objetos, individualmente, e separações e velocidades projetadas de cada par, *van Moorsel* (1987) concluiu que os halos escuros presentes nas galáxias de sua amostra estendem-se além das curvas de rotação do HI. Concluiu, também, que há três vezes tanta "matéria-escura" nestes sistemas quanto poderia se obter a partir de medidas de curvas de rotação. Sugeriu ainda que seus dados são consistentes com a existência de um "envelope comum de matéria-escura" circundando os pares de galáxias.

Ao invés de estimar diretamente a massa de galáxias em sistemas binários, *Charlton e Salpeter* (1990) utilizaram a distribuição de separações projetadas para tentar determinar a extensão dos halos escuros. Em meios de baixa densidade observaram que as distribuições de pares são achatadas, apresentando um número de duplas aproximadamente igual por unidade de separação. Se, como discutido por *Norman* (1989), os halos escuros tiverem um raio "canônico" de 50 a 100 Kpc, então deve-se obter variações na distribuição de pares nesta escala de separação, uma vez que se

espera que a fusão de galáxias "desapareça" com pares à separações menores que o raio dos halos. *Charlton e Salpeter (1991)* não encontraram variações na distribuição de separações desde pequenas distâncias até 2 Mpc e sugeriram, então, que halos extremamente extensos, com raios de cerca de 1 Mpc, são consistentes com suas observações.

O problema com raios de halos escuros muito grandes é que, a menos que o perfil de densidade do halo seja algo "patológico" (*Ashman, 1992*), a densidade média deve ser extremamente baixa, de modo que halos com raios de cerca de 1 Mpc não estariam, ainda, virializados (*Ashman, 1991*). Espera-se que simulações numéricas possam esclarecer este e outros problemas relativos às dimensões dos halos escuros tais como, por exemplo, a suspeita de que halos gigantes comuns circundam sistemas a pequenas separações e velocidades (*Charlton e Salpeter, 1991*). Simulações numéricas podem, principalmente, confirmar que a completa destruição por fusão de sistemas a menores separações pode ainda não haver ocorrido em pares cujo período orbital exceda o tempo de Hubble.

Dificuldades envolvendo o uso de sistemas binários para a determinação de massa foram discutidas também por *Sharp (1990)*, ao concluir que estudos estatísticos não são hábeis em fornecer resultados confiáveis. Suas conclusões baseiam-se na comparação de diversos trabalhos que obtiveram estimativas de massas dramaticamente diferentes. Para *Sharp* a causa destas discrepâncias deve-se às diferenças entre os métodos de análise, nenhum dos quais, acredita, seja capaz de se mostrar superior. Complicações adicionais surgem devido ao fato de que muitas galáxias em pares estão em interação. Apesar destas considerações, métodos estatísticos continuam sendo a maneira mais direta de se investigar halos escuros em galáxias a raios maiores que os alcançados com observações em 21cm.

Se investigações de sistemas binários são feitas através de métodos estatísticos, de acordo com *Soares (1989)*, um modelo dinâmico deve ser determinado e aplicado a uma amostra bem definida de pares. Dois aspectos de tal estudo são, então, importantes. Um modelo para pares pouco realístico usado sobre uma amostra perfeita é tão prejudicial quanto um modelo perfeito aplicado à uma amostra obtida sem um processo de seleção definido

e claro. Soares desenvolveu um modelo simples para pares de galáxias que apresenta como principal característica a presença de uma componente escura extensa. Ainda de acordo com o autor, estudos prévios frequentemente aplicaram um tratamento Kepleriano às órbitas binárias, nas quais as galáxias eram supostas massas pontuais. Algumas das conclusões deste estudo apontam como principal efeito do emprego do modelo halo-galáxia a depopulação, nos diagramas de velocidade e separação, das regiões de grandes V_z e pequenos r_p . Segundo o autor "os valores de diferenças de velocidades altas à pequenas separações projetadas em uma amostra observada devem ser considerados com cuidado". Outras conclusões indicam que o modelo galático adotado é hábil em explicar observações de galáxias binárias e fornece um valor médio para razão entre a massa total e a massa dentro do raio óptico igual a 6.3, fornecendo, também, um M/L_B entre 27 - 57 ($H_0 = 75 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). A análise estatística feita sobre uma amostra especialmente selecionada de binárias (embora de forma não conclusiva) leva, segundo o autor, a indicações qualitativas que órbitas de baixas excentricidades podem ser dominantes.

Como podemos observar, embora grandes progressos tenham sido alcançados no estudo da dinâmica de sistemas binários de galáxias, muitas questões ainda esperam por esclarecimentos e por abordagens mais adequadas. A análise do movimento de tais sistemas, a partir de um procedimento estatístico aplicado a um grande número de experimentos numéricos e associado à modelagem das galáxias que compõem tais sistemas, pode fornecer valiosas contribuições nesta área de interesse. A uma análise desta natureza nos propomos e é este o procedimento que descrevemos a seguir.

III. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo apresentamos o código de simulação numérica desenvolvido para estudos dos efeitos de maré em galáxias em sistemas binários. As equações utilizadas são aquelas já conhecidas para sistemas de 3-corpos em uma aproximação "restrita modificada" (Borne 1983, 1988). Também expomos o modelo empregado na simulação da estrutura de galáxias elípticas e as diferentes condições iniciais escolhidas para representar os diversos arranjos possíveis de pares de galáxias. Estas condições abrangem massas desiguais para cada uma das galáxias de um mesmo par, sistemas portadores de halo escuro (incluindo halos de variados raios (R_h) e concentrações), sistemas constituídos apenas pela componente visível e pares com diferentes distâncias pericêntricas iniciais. Definimos também as unidades naturais e o sistema de coordenadas utilizado.

1. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

As equações de 3-corpos em sua aproximação "restrita" aplicam-se a sistemas onde um dos corpos considerados apresenta massa muito inferior a dos outros dois. Deste modo considera-se, para construção das equações de movimento, que são eles a "estrela" de prova e de uma das "galáxias", esta "galáxia" e a "galáxia" companheira. Por simplificação denominamos uma das "galáxias" por Alvo (ou primária), de massa M_1 e a outra por Intrusa (ou secundária), de massa M_2 . A técnica empregada na simulação de pares de galáxias em órbitas fechadas consiste na integração numérica de N equações que representam os N -corpos de prova. Na maior parte dos testes realizados, o número de partículas constituintes de cada "galáxia" foi 2000 (N_1 e N_2). As equações de movimento, que definem o problema (em três dimensões), são descritas a seguir.

O movimento de uma dada "estrela" de prova devido a sua interação com o potencial de sua própria "galáxia" e com o

potencial da "galáxia" vizinha é determinado pelas forças que atuam sobre o corpo de prova, isto é

$$m_i a_i = -m_i \nabla_i \phi_{i,1} - m_i \nabla_i \phi_{i,2} \quad , \quad \text{III.1.1}$$

onde a_i é o vetor aceleração de cada partícula i . A partir desta equação podemos calcular para cada corpo de prova sua aceleração de modo que, para as "estrelas" da Alvo, temos:

$$a_i = -\nabla_i \phi_{i,1} - \nabla_i \phi_{i,2} \quad , \quad \text{III.1.2}$$

$i \in M_1$

Nesta equação $i \in M_1$ representa cada uma das i "estrelas" de prova pertencentes à Alvo, $\phi_{i,1}$ é o potencial gravitacional da "galáxia" Alvo e $\phi_{i,2}$ é o potencial da "galáxia" Intrusa, ambos calculados na posição de cada partícula i .

O potencial $\phi_{i,1}$ resulta da soma de dois outros, assim

$$\phi_{i,1} = \phi'_{i,1} + \phi''_{i,1} \quad , \quad \text{III.1.3}$$

onde $\phi'_{i,1} = \phi_v$, dado pela equação (III.3.1) e relativo à componente visível da "galáxia" Alvo e $\phi''_{i,1} = \phi_h$, dado pela equação (III.3.2), e relativo a componente escura da "galáxia" Alvo. Ambas as equações são descritas no item 3 deste capítulo, onde tratamos o modelo desenvolvido para representar galáxias elípticas em nossas simulações. Se a "galáxia" de massa M_1 for suposta desprovida de um halo escuro, então ϕ_h anula-se. Se a "estrela" estiver fora do halo, $\phi_{i,1}$ reduz-se a um potencial Newtoniano.

Analogamente, o potencial externo $\phi_{i,2}$ (relativo às "estrelas" da Alvo e a "galáxia" Intrusa) resulta da composição de dois outros, tal que

$$\phi_{i,2} = \phi'_{i,2} + \phi''_{i,2} \quad , \quad \text{III.1.4}$$

onde novamente $\phi'_{1,2} = \phi_v$, também determinado pela equação (III.3.1) sendo, porém, relativo à componente visível da Intrusa e $\phi''_{1,2} = \phi_h$, determinado para a componente escura da mesma "galáxia". Valem aqui as mesmas restrições impostas acima, ou seja, se a Intrusa não portar halo escuro, ϕ_h anula-se e se a "estrela" de prova da Alvo estiver fora do halo da companheira, $\phi_{1,2}$ reduz-se também a um potencial newtoniano.

Desenvolvimento, em tudo análogo, foi feito para o cálculo da aceleração das "estrelas" de prova constituintes da secundária, que pode assim ser expressa:

$$a_{i \in M_2} = -\nabla_{i \in M_1} \phi_{1,1} - \nabla_{i \in M_2} \phi_{1,2} \quad \text{III.1.5}$$

A adoção da equação (III.1.1) implica em que cada "estrela" responde somente aos campos globais não perturbados das "galáxias" de massas M_1 e M_2 .

Para a estimativa dos movimentos das "galáxias" Alvo e Intrusa contribuem as forças que resultam da ação recíproca dos corpos de prova de uma "galáxia" em relação a outra "galáxia". A somatória destas forças pode ser expressa pela equação

$$M_2 a_2 = -\mu \nabla_r \phi, \quad \text{III.1.6}$$

que é equivalente ao problema de 1-corpo onde

$$\phi \approx \sum_{i \in M_1} \frac{m_1}{M_2} \phi_{1,2} + \sum_{i \in M_2} \frac{m_1}{M_1} \phi_{1,1} \quad e$$

μ é a massa reduzida do sistema binário. O sinal de \approx na equação acima indica que a expressão é aproximada e só seria exata se fosse também incluído um potencial devido às forças internas (freqüentemente denominado na literatura por "self-gravity potential"), isto é, forças de interação direta entre as partículas, que não são consideradas aqui.

Substituindo-se ϕ na equação (III.1.6) temos

$$M_2 a_2 = - \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \left\{ \sum_{i \in M_1} \nabla_r \frac{m_i}{M_2} \phi_{i,2} + \sum_{i \in M_2} \nabla_r \frac{m_i}{M_1} \phi_{i,1} \right\} \quad \text{III.1.7}$$

Considerando-se que $r = r_2 - r_1$ fornece a distância entre as duas "galáxias" (uma vez que r_2 e r_1 são os vetores posição dos centros de massas da primária e da secundária respectivamente) e ainda que o vetor posição de uma partícula i da secundária, dado por $r_{i,1} = r_i - r_1$, tem o mesmo sentido de r , enquanto o vetor posição de uma partícula i da primária, dado por $r_{i,2} = r_i - r_2$, tem sentido contrário a r , podemos reescrever (III.1.7) como segue:

$$M_2 a_2 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \left(-M_1 \sum_{i \in M_2} \frac{m_i}{M_1} \nabla_i \phi_{i,1} \right) - \frac{M_1}{M_1 + M_2} \left(-M_2 \sum_{i \in M_1} \frac{m_i}{M_2} \nabla_i \phi_{i,2} \right) \quad \text{III.1.8}$$

O primeiro termo entre parêntesis do lado direito da igualdade descreve a força que atua nas partículas da secundária, resultante da soma das forças individuais externas exercidas pelas partículas da primária. O segundo termo, também entre parêntesis, é a recíproca, isto é, representa a força que atua nas partículas da primária resultante da soma das forças individuais exercidas pelas partículas da secundária. Esta última é também uma força de reação em M_2 . A equação assim desenvolvida representa a força global atuando na "galáxia" de massa M_2 , como uma média ponderada das forças descritas entre parêntesis e permite que cada conjunto de corpos de prova tenha igual influência na evolução dinâmica do par. Este procedimento é que diferencia o método empregado daqueles baseados em uma aproximação apenas impulsiva ou restrita e permite qualificá-lo como restrito *modificado*.

Partindo da equação (III.1.8) temos a expressão para a aceleração da secundária.

$$a_2 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \left(- \sum_{i \in M_2} \frac{m_i}{M_1} \nabla_i \phi_{i,1} + \sum_{i \in M_1} \frac{m_i}{M_2} \nabla_i \phi_{i,2} \right) \quad \text{III.1.9}$$

Impondo-se que haja conservação de momento linear global (isto é, $M_1 r_1 + M_2 r_2 = 0$) podemos determinar o movimento da "galáxia" primária. Esta imposição implica em que $M_1 a_1 = -M_2 a_2$, logo

$$a_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \left(\sum_{i \in M_2} \frac{m_i}{M_1} \nabla_i \phi_{i,1} - \sum_{i \in M_1} \frac{m_i}{M_2} \nabla_i \phi_{i,2} \right) \quad \text{III.1.10}$$

é a equação que descreve a aceleração do centro de massa da primária. A imposição de conservação de momento linear garante que a posição do centro de massa do sistema binário não se alterará ao longo das iterações.

É importante observar que o uso das equações (III.1.2), (III.1.5), (III.1.9) e (III.1.10) para descrever o movimento dos corpos de prova que definem os sistemas, implica em que estes corpos de prova não interagem diretamente um com o outro. Se os corpos de prova interagissem diretamente a energia total do sistema se conservaria exatamente com o tempo, mas cada "estrela de teste" iria afetar o movimento de todas as outras partículas, o que produziria um efeito de relaxação de 2-corpos entre elas. Como o número de "estrelas de teste" é muito inferior ao número real de estrelas em uma galáxia, este efeito deve ser evitado, por exemplo, impondo-se interação indireta, como descrito acima.

Com a interação indireta das partículas não há uma conservação exata da energia total do sistema no decorrer do tempo. Esta inexatidão é a desvantagem do método utilizado. Caracteriza-o como restrito e deve ser minimizada para que os resultados obtidos com sua aplicação descrevam a situação real o mais proximamente possível.

A energia total do par é calculada a cada bloco de 200

iterações através da equação

$$E_T = \frac{1}{2} \mu v^2 + \left(\sum_{i \in M_1} -m_i \phi_{i,2} + \sum_{i \in M_2} -m_i \phi_{i,1} \right) \approx \text{cte.}, \quad \text{III.1.11}$$

onde $v = |v_2 - v_1|$. Consideramos apenas a energia cinética e potencial do sistema como um todo, isto é, as energias relativas às forças externas que mantêm uma "galáxia" em interação com a outra, em órbita. A primeira parcela do lado direito da igualdade é a energia cinética e a segunda a energia potencial. Ambas levam em conta apenas o movimento externo global do par. Os potenciais $\phi_{1,2}$ e $\phi_{1,1}$ são os mesmos citados acima, nas equações que descrevem os movimentos das "estrelas" e das "galáxias". A energia total do sistema é aproximadamente constante, o que não implica em imprecisão na integração numérica ou desvios físicos, isto é, instabilidade no sistema. As variações nos valores da energia total resultam do fato de as equações de movimento não descreverem o sistema de forma auto-consistente.

É possível observar que as maiores variações na energia total ocorrem no instante em que o par está em máxima aproximação, isto é, no periastro da órbita. O comportamento da energia total foi acompanhado a cada experiência realizada e serviu-nos, principalmente, como um meio de ponderar os resultados obtidos. É importante salientar que variações demasiadas (superiores a 2%) nas distribuições de energia total entre outras restrições (apresentadas no item 3 deste capítulo) inviabilizam estudos de pares que após alguns períodos orbitais chegam à fusão do sistema ("merger"). Pares onde as "galáxias" não podem mais ser individualizadas, que compartilham de um halo escuro comum, por exemplo. Daí nossa opção por trabalhar com sistemas em órbitas fechadas, mas não em contato direto.

A fim de quantificarmos os desvios da energia total ao longo das simulações e ponderar as conclusões alcançadas em cada experimento, determinamos o percentual de perda de energia total (ΔE), comparando o valor final desta quantidade com o valor

determinado no instante da inicialização do experimento. Foram descartadas e refeitas, com parâmetros iniciais diferentes, as experiências com ΔE superior a 2%; um percentual aceitável, de acordo com Borne (1984), para que os resultados possam ser considerados.

A aproximação utilizada restringe-nos a considerar, no cálculo do movimento das partículas e do próprio sistema, apenas o resultado das interações de cada "estrela de teste" com a "galáxia" companheira quanto com a "galáxia" na qual se situa. Ao contrário de métodos de N-corpos, o movimento global não é determinado calculando-se a força que cada corpo de prova efetua sobre uma determinada "estrela" ou sobre uma célula que reúna vários destes corpos. A força não é, portanto, calculada ponto a ponto, e torna-se necessário adotar uma expressão analítica para o potencial gravitacional a que estão sujeitos os corpos de prova. Deste modo as equações de movimento são obtidas. Em outras palavras, obtêm-se equações para as acelerações dos corpos de prova que permitirão determinar suas velocidades e conseqüentes posições a cada intervalo fixo de tempo Δt . A forma analítica dos potenciais adotados é descrita no item 3 deste capítulo.

2. INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Para integrar as equações de movimento (III.1.2, III.1.5, III.1.9 e III.1.10) desenvolvemos um código numérico que faz uso de conceitos do método denominado "time-centered leapfrog" (Sanz-Serna, 1985). Tal código consiste em atribuir-se aos centros geométricos das galáxias constituintes do sistema binário, uma determinada posição e velocidade iniciais. Em decorrência desta inicialização, que determina também a órbita do par, calculamos a variação da aceleração de cada "estrela" de prova naquele instante de tempo. Esta variação nas acelerações motiva o cálculo do incremento nas velocidades e posições das "estrelas". Tal incremento determina um deslocamento das galáxias, o que, novamente, acarreta mudança na posição dos corpos de prova, e assim sucessivamente. Estas alterações foram calculadas a intervalos fixos de tempo Δt . No item 4 deste capítulo descrevemos

com mais detalhes o procedimento de inicialização das experiências realizadas.

Em todos os experimentos as unidades das principais grandezas empregadas foram:

$$G \text{ (Constante Gravitacional)} = 1$$

$$ud \text{ (unidade de distância)} = 500 \text{ pc}$$

$$um \text{ (unidade de massa)} = 2 \times 10^{10} M_{\odot}$$

$$ut \text{ (unidade de tempo)} = 11.79 \times 10^5 \text{ anos.}$$

Estas unidades foram escolhidas de modo a facilitar o cálculo computacional das quantidades como aceleração, velocidade, energia, etc.

A unidade de tempo, em especial, foi adotada também para atender a outras exigências. O passo de integração das equações de movimento (Δt) é da ordem de 1 ut e são necessárias ≈ 14000 ut para atingir-se um intervalo de tempo total da ordem do tempo de Hubble ($T_H = 1.63 \times 10^{10}$ anos, para $H_0 = 60 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Todas as experiências compreendem o acompanhamento da órbita binária ao longo deste intervalo total de tempo. Portanto, a unidade foi escolhida de modo a não ser grande demais quando comparada ao período orbital das "estrelas" e nem pequena demais quando comparada ao período orbital das "galáxias".

O total de 14000 iterações para cada experimento consome aproximadamente 3 horas de cpu em uma SUN SPARC II. O número de horas para computar o conjunto de simulações planejadas é grande, mas necessário para um estudo mais profundo da dinâmica orbital dos pares de galáxias, como objetivamos. Este número total de horas foi o que também motivou a escolha de um código numérico que faça uso das equações de 3-corpos para analisar o comportamento de sistemas em órbita binária, no ambiente computacional de que dispomos. Outro código de simulação numérica tornaria os testes planejados muito mais dispendiosos, inviabilizando o estudo.

O código empregado fez uso de um sistema estacionário de coordenadas cartesianas com origem fixada pela conservação de

momento linear global ($M_1 r_1 + M_2 r_2 = 0$). As "galáxias" estão no plano X-Y, logo as coordenadas Z_1 e Z_2 destes, devem ser nulas ao longo de todas as simulações. Esta afirmação não é rigorosamente exata em um determinado instante de tempo, pois depende do movimento das "estrelas" de prova, isto é, da distribuição de densidade naquele instante e do número de corpos de prova. Em média, ao longo de cada experiência, a situação pode ser considerada mantida. Como as "galáxias" encontram-se no plano X-Y, a órbita do par também encontra-se neste plano.

A estrutura tridimensional, que representa a parte visível de cada uma das "galáxias" do par, foi construída fazendo-se uso do método de Monte Carlo. A posição de cada "estrela" é definida no instante de inicialização pelas equações:

$$X = r \cos\theta \operatorname{sen}i$$

$$Y = r \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}i$$

III.2.1

$$Z = r \cos\theta$$

onde r é a coordenada radial de uma dada partícula, θ e i são, respectivamente, os ângulos polar e azimutal sorteados para esta partícula, a partir de uma distribuição retangular de números pseudoaleatórios, obedecendo às condições $-1 \leq \cos\theta \leq +1$ e $0 \leq i \leq 2\pi$. O método utilizado para sortear r é descrito no item 3 deste capítulo. Seu valor deve ser determinado de acordo com o modelo adotado para representar a distribuição de densidade da componente visível de uma galáxia elíptica.

Para a determinação das componentes da velocidade de cada corpo de prova consideramos, inicialmente, que o plano da órbita "estelar" é definido pelo par de coordenadas x-y com $z=0$. Desta forma (com uma rotação em torno de z) temos:

$$V_x = V_r \cos\theta_1 - V_t \sin\theta_1$$

$$V_y = V_r \sin\theta_1 - V_t \cos\theta_1$$

$$V_z = 0$$

onde V_r e V_t são, respectivamente, as componentes radial e tangencial da velocidade e θ_1 é o ângulo entre o eixo x e a direção da componente V_r . Efetuando-se uma rotação (em torno de y) de um ângulo ι_1 obtemos, no sistema de coordenadas X - Y - Z , as componentes:

$$V_X = V_r (\cos\theta_1 \sin\iota_1) - V_t (\sin\theta_1 \sin\iota_1)$$

$$V_Y = V_r (\sin\theta_1) + V_t (\cos\theta_1)$$

$$V_Z = V_r (\cos\theta_1 \cos\iota_1) - V_t (\sin\theta_1 \cos\iota_1)$$

As órbitas "estelares" iniciais são impostas circulares assim $V_r=0$. As equações acima então, reduzem-se a:

$$V_X = - V_t (\sin\theta_1 \sin\iota_1)$$

$$V_Y = V_t (\cos\theta_1) \quad \text{III.2.2}$$

$$V_Z = - V_t (\sin\theta_1 \cos\iota_1)$$

Os ângulos θ_1 e ι_1 são também sorteados via algoritmo de Monte Carlo e valem aqui as mesmas condições impostas acima, isto é, $-1 \leq \cos\theta_1 \leq +1$ e $0 \leq \iota_1 \leq 2\pi$. A componente V_t da velocidade é determinada de acordo com o potencial gravitacional gerado pela distribuição total de massa que simula o sistema estelar a ser estudado.

3. MODELO PARA GALÁXIAS ELÍPTICAS

De acordo com *Fillmore* (1986), observações de galáxias elípticas (*Kormendy* 1977) e de bojos de sistemas disco (*Burstein* 1979; *Boroson* 1981) mostraram que os perfis de brilho superficial

destes objetos são representáveis pela lei de de *Vaucouleurs* (1948):

$$\mu^m(p) = \mu_e^m + 8.325 \left[\left(\frac{p}{r_e} \right)^{1/4} - 1 \right], \quad \text{III.3.1}$$

onde μ_e^m é o brilho superficial no r_e (raio efetivo) medido ao longo do eixo maior e p é uma das coordenadas do sistema cartesiano alinhado com os eixos principais da galáxia, projetados no plano do céu. A distribuição de densidade pode ser especificada por uma lei $r^{1/4}$ deprojetada, obtida a partir de fórmulas aproximadas determinadas por *Young* (1976) e *Tonry* (1984). Ainda de acordo com *Fillmore*, *Young* calculou uma função de densidade adimensional ρ^* , a qual foi estimada para uma distribuição esfericamente simétrica e adotada como a distribuição de densidade aplicada a uma configuração oblonga. A regra para ρ^* a partir de *Tonry* é,

$$\ln \rho^*(s) = 4.428 - 8.24s^{0.242} - 0.7723 \ln s, \quad \text{III.3.2}$$

onde s é a distância ao centro do sistema em unidades do raio efetivo (r/r_e). O ajuste foi feito para um intervalo entre $10^{-6} \leq s \leq 10$, com -0.55% de desvio máximo e 0.13% de erro médio (rms).

Adotando a equação (III.3.2) como uma lei de probabilidade, construímos, com a aplicação de técnicas de Monte Carlo, a distribuição bidimensional dos vetores posição (r) das "estrelas de teste", constituintes dos sistemas utilizados nas simulações de pares de galáxias. Estes valores aplicados às equações (III.2.1), no item anterior deste capítulo, permitem construir a estrutura tridimensional que simulará uma galáxia elíptica.

Tendo em vista que a distribuição de luz de galáxias elípticas é, em termos gerais, um traçador apropriado para a distribuição de massa da componente visível destes objetos e que os perfis de luminosidade são similares, podendo ser descritos por

expressões empíricas tais como a lei $r^{1/4}$, fizemos uso dos valores do potencial gravitacional de um esferóide, tabelados por *Young* (1976), para obter uma expressão que o descreva. Tal expressão é utilizada em nossas simulações para representar a parte observável de elípticas. É importante destacar que os valores tabelados para o potencial foram determinados numericamente a partir de equações para a densidade espacial aproximada, tal como a descrita acima.

Analisando o comportamento das curvas fornecidas por *Young* para o potencial e para a força gravitacional em sistemas esferoidais, verificamos que a primeira pode ser razoavelmente bem ajustada por uma equação do tipo,

$$\Phi_v(r) = \frac{Ar^n}{B+r^n}, \quad \text{III.3.3}$$

onde A, B e n são constantes obtidas do ajuste e r é a distância ao centro do sistema. Ao calcular numericamente este potencial, r coincidirá com o vetor posição das "estrelas" de prova, pois estas partículas traçam a distribuição de massa visível que geram e estão sujeitas a ação deste potencial. Elas estão também associadas à distribuição de massa escura, como descrevemos mais adiante. O ajuste forneceu os valores de 4.456, 0.998 e -0.821 para A, B e n, respectivamente, com um erro médio (rms) de 0.21. Para chegarmos a estas constantes adotamos para a massa luminosa (M_L) o valor de 6 um ($1.2 \times 10^{11} M_\odot$) e para a luminosidade (L) o valor de $1.5 \times 10^{10} L_\odot$ compatível, de acordo com a tabela de *Young*, com um raio efetivo (r_e) de 4 ud (2 Kpc). Procuramos, assim, trabalhar com galáxias elípticas consideradas de dimensões normais. Os valores adotados também fornecem uma razão M_L/L igual a 8, para o comprimento de onda visível.

Hernquist (1990) determinou uma expressão analítica para o potencial gravitacional gerado por uma distribuição $r^{1/4}$. Comparações deste potencial com aquele apresentado em III.3.3, para a componente visível, mostram não haver diferenças significativas entre eles. Tendo em vista os resultados desta comparação e o fato de que um grande número de experimentos numéricos já havia sido realizado quando este estudo de *Hernquist*

foi publicado, optamos por manter neste trabalho o potencial para a componente visível descrito acima.

A componente escura foi modelada por um halo isotérmico. Para tal, partimos da distribuição de densidade espacial de um halo esférico, como a sugerida por *van Albada et al.* (1985), em um estudo sobre curvas de rotação de galáxias,

$$\rho_h(r) = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^\gamma} \quad \text{III.3.4}$$

onde r (como descrito para o potencial da componente visível acima) é a distância a partir do centro (as componentes escura e visível são concêntricas) até a extremidade do halo escuro esférico. Varia, portanto, de 0 a R_h (raio de corte do halo escuro). Toda massa escura, interna a este raio r , gera o potencial do halo e como a massa visível, interna a r , também está sujeita a ele.

As constantes ρ_0 , γ e a caracterizam o halo escuro, sendo a primeira a densidade central, a segunda um parâmetro de escala para o qual adotamos o valor 2 e a terceira o raio do caroço do halo. A escolha do valor 2 para γ foi feita tendo-se em vista que este valor é o que permite melhor reproduzir as curvas de rotação observadas. O raio do caroço é um parâmetro de escala do halo e é também, em nossos cálculos, um parâmetro livre. Foram fixados diferentes valores para este raio de modo a simular-se halos com características diversas. A densidade central ρ_0 é determinada considerando-se que a massa do halo é dada por:

$$M_h = 4\pi \int_0^{R_h} \rho_h(r) r^2 dr .$$

A partir da equação para a densidade espacial do halo (III.3.4) determinamos, com a utilização da equação de Poisson ($\nabla^2\phi = -4\pi G\rho$), o potencial gravitacional correspondente. A densidade do halo é apenas função do raio r assim, em coordenadas esféricas, temos que a equação de Poisson reduz-se a:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = -4\pi G \rho .$$

Substituindo-se ρ por ρ_h (eq. III.3.3) e integrando-se temos

$$r^2 \frac{\partial \Phi_h(r)}{\partial r} = -4\pi G \rho_0 \int \frac{r^2}{1 + \left(\frac{r}{a} \right)^\gamma} dr .$$

Fazendo-se uma mudança de variáveis tal que, $x = r/a$, $dr = a dx$ e substituindo-se na equação acima obtemos:

$$r^2 \frac{\partial \Phi_h(r)}{\partial r} = -4\pi G \rho_0 a^3 \int \frac{x^2}{1 + x^\gamma} dx .$$

Considerando-se, por simplificação, que $\gamma = 2$ e efetuando-se a integral, chegamos a:

$$\frac{\partial \Phi_h(r)}{\partial r} = -\frac{4\pi G a^3 \rho_0}{r^2} \left[\left(\frac{r}{a} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{a} \right) \right] .$$

Integrando-se, novamente, obtemos $\Phi_h(r)$.

$$\Phi_h(r) = -4\pi G \rho_0 a \int \left[\left(\frac{a}{r} \right) - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{a} \right) \right] dr$$

Fazendo-se a mesma mudança de variáveis acima, temos:

$$\Phi_h(r) = -4\pi G \rho_0 a^2 \int \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \operatorname{arctg} x \right] dx .$$

Resolvendo-se a integral, ficamos com

$$\phi_h(r) = -4\pi G \rho_0 a^2 \left\{ \ln \left(\frac{r}{a} \right) + \left(\frac{a}{r} \right) \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{a} \right) + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \right\}$$

Escrevendo-se ρ_0 em termos da massa do halo, M_h , temos:

$$\rho_0 = \frac{M_h}{4\pi a^3 \left[\left(\frac{R_h}{a} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{R_h}{a} \right) \right]}$$

Substituindo-se ρ_0 em $\phi_h(r)$ chegamos a expressão para o potencial gravitacional gerado pela distribuição de massa do halo escuro,

$$\phi_h(r) = \frac{-M_h G}{a \left[\frac{R_h}{a} - \operatorname{arctg} \left(\frac{R_h}{a} \right) \right]} \left\{ \ln \left(\frac{r}{a} \right) + \left(\frac{a}{r} \right) \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{a} \right) + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \right\} \quad \text{III.3.5}$$

A massa (M_h) e o raio do halo (R_h) são parâmetros livres do modelo. Foram adotados, em diversos experimentos, diferentes valores para estas grandezas com o objetivo de se verificar a influência da quantidade de "matéria escura" na dinâmica dos pares. O raio do caroço do halo, como já foi dito, é também um parâmetro livre que permite determinar a partir de que distância ao centro o potencial do halo tem influência predominante na dinâmica interna da "galáxia" simulada.

É importante observar que os dados, tabelados por *Young*, utilizados para obter-se uma expressão analítica para o potencial de uma galáxia esférica, cujo brilho superficial obedece a lei $r^{1/4}$, são os mesmos analisados por *Tonry* para chegar a equação

(III.3.2) - a lei de probabilidades adotada neste estudo para o sorteio dos vetores posição das "estrelas de teste" constituintes das estruturas que queremos estudar. Desta forma compatibilizamos o método de inicialização dos sistemas galácticos com as equações de movimento que regem as interações dos mesmos.

Quanto ao modelo adotado para a componente escura, é importante destacar que o halo é truncado externamente em R_h , definindo-se, desta forma, a distribuição de matéria escura na "galáxia". Este parâmetro do modelo permitirá juntamente com outro, o raio do caroço do halo, simular diferentes estruturas galácticas. Modelo semelhante foi adotado por Soares (1989) para representar o halo de galáxias em sistemas binários, em um estudo onde o modelo de massas pontuais é substituído por outro. Este outro modelo considera as galáxias como distribuições extensas de massa e permite, entre outras investigações, uma análise das órbitas de pares quando há superposição das estruturas galácticas. Uma das principais qualidades do modelo empregado por Soares em suas simulações é reproduzir, de acordo com o autor, o comportamento das curvas de rotação observadas de galáxias, isto é, os resultados obtidos indicam que halos escuros esféricos presentes em galáxias espirais conseguem explicar os dados observacionais. O mesmo modelo foi utilizado por Begeman (1987) e reproduz consideravelmente bem a curva de rotação achatada da galáxia NGC 3198.

A combinação dos potenciais expressos pelas equações (III.3.3) e (III.3.5) fornece uma expressão para o módulo da velocidade das "estrelas de teste" (V_c , a velocidade circular). Isto é, para a componente tangencial da velocidade (V_t) a ser empregada nas equações (III.2.2), com a qual inicializamos os sistemas galácticos que participarão das simulações. Esta combinação permite também determinar uma expressão analítica exata para as acelerações das "estrelas de teste" e das "galáxias" que são então calculadas ao longo das iterações. Em outras palavras, os potenciais não se alteram. São determinados para as distribuições iniciais de densidade e permanecem fixos em todas as simulações. Esta condição torna o modelo inviável para o estudo de pares onde as estruturas galácticas se superpõem. Em caso de

superposição, como no estudo feito por Soares, o potencial do halo deve ser recalculado na região de superposição, o que não fazemos em nosso estudo (onde ele é fixado no instante inicial) permanecendo, então, inalterado. Especificamente, códigos numéricos que utilizam equações de 3-corpos com potenciais fixos não permitem a simulação de sistemas em contato direto, uma vez que nestes casos haveriam alterações significativas nas distribuições de densidade das "galáxias". Como já mencionado anteriormente, o potencial da componente visível, e o da componente escura são calculados numericamente nas posições das estrelas de prova. Ao contrário da componente visível a componente escura não é simulada por corpos de prova que mapeam sua distribuição de massa. Ela está associada aos corpos de prova que mapeam a distribuição de massa da componente visível. São estes corpos que sentem a ação gravitacional do halo que não é, contudo afetado por eles.

Nas equações (III.3.3) e (III.3.5) temos o parâmetro r que, como já foi mencionado, representa a distância ao centro e que, na computação numérica, corresponde ao vetor posição de uma determinada "estrela de teste". Para evitar uma singularidade em $r=0$ e também para garantir uma razoável precisão numérica no cálculo das acelerações decorrentes dos potenciais, introduzimos na expressão destes o parâmetro ϵ , denominado parâmetro de alizamento. Assim r fica redefinido tal que $r=r + \epsilon$. O valor numérico de ϵ foi definido com base na análise do comportamento da energia total do sistema. O valor adotado para ϵ foi determinado realizando-se diversos testes com idêntica configuração orbital inicial, onde variamos apenas o valor deste parâmetro. A configuração orbital utilizada reproduz um par cujas "galáxias" estão à menor distância possível e apresentam cada qual uma quantidade total de massa ($M_T = M_L + M_h$), equivalente ao máximo em massa individual que queremos simular. O valor $\epsilon = 1.6$ ud permitiu obter uma distribuição da energia total aproximadamente constante com o tempo, sem comprometer os resultados e foi, então, adotado para as demais experiências realizadas. Este valor corresponde a 0.8 Kpc e é comparável aqueles empregados em outros trabalhos (Borne 1983, 1988) com o mesmo objetivo. A figura 2 abaixo

apresenta o comportamento da energia total ao longo das iterações para experiências inicializadas com os mesmos parâmetros orbitais e diferentes ϵ , incluindo aquele selecionado.

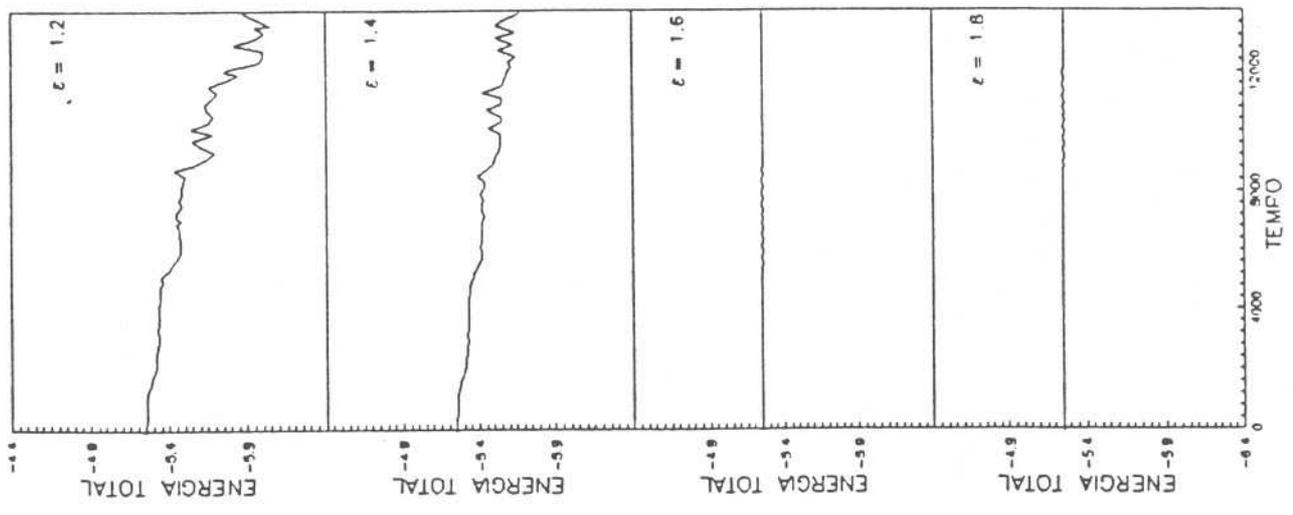


FIGURA 2

4. CONDIÇÕES INICIAIS

Com o objetivo de investigar a influência dos efeitos de maré na dinâmica de pares de galáxias, organizamos um conjunto de experimentos com diferentes condições iniciais. Os parâmetros para os quais adotamos diferentes valores foram a massa do halo escuro (M_h), o raio do halo (R_h), o raio do caroço do halo (a) e a excentricidade inicial da órbita binária. Diferentes valores para M_h implicam em diferentes valores para a massa das "galáxias" e, conseqüentemente, para a massa total do par, uma vez que para a componente visível adotamos, na maioria das simulações, o valor $M_L = 1.2 \times 10^{11} M_\odot$. Variando R_h estamos de fato adotando diferentes distâncias pericêntricas iniciais, dado que, como mencionamos no item anterior deste capítulo, as estruturas galáticas não devem se superpor sendo, no entanto, desejável que a passagem pelo periastro se dê à menor distância possível. Fixadas as massas totais (M_1 e M_2) e as distâncias apocêntricas (R_a) iniciais das "galáxias" do par podemos determinar, admitindo uma excentricidade orbital inicial (e), a velocidade orbital no apoastro através da equação:

$$V_a = \left(\frac{M_1 + M_2}{a} \left(\frac{1 - e}{1 + e} \right) \right)^{1/2} \quad \text{III.4.1}$$

onde $a = R_a / (1 + e)$ é o semi-eixo maior da órbita. R_a e V_a são a posição (que define a distância inicial entre Alvo e Intrusa) e a velocidade atribuídas ao centro de massa da Intrusa para dar início ao processo de simulação numérica das órbitas a serem analisadas, como citado no item 2 deste capítulo.

Valores diferentes para o raio do caroço de halos de mesmas M_h e R_h permitem analisar a influência desta componente na dinâmica interna das galáxias, isto é, em sua estrutura. As figuras 3, 4 e 5 abaixo mostram, em um diagrama de velocidade circular V_c (correspondente a componente tangencial da velocidade V_t e deduzida a partir da combinação dos potenciais $\Phi_v(r)$ e $\Phi_h(r)$) em função de r , as diferenças nas estruturas simuladas, onde

variámos M_h , R_h e a . Nas figuras verificamos a influência destas grandezas sobre as velocidades de inicialização das "estrelas" de prova. A tabela I abaixo apresenta os parâmetros dos diferentes modelos.

TABELA I

MODELO	Massa total (μm)	Massa do halo (μm)	Raio do halo (μd)	a	
I {	1	60	54	40	2
	2	60	54	40	6
	3	25	19	40	2
	4	25	19	40	6
	5	6	0	0	0
J {	1	60	54	60	2
	2	60	54	60	6
	3	25	19	60	2
	4	25	19	60	6
	5	6	0	0	0
K {	1	60	54	80	2
	2	60	54	80	6
	3	25	19	80	2
	4	25	19	80	6
	5	6	0	0	0

Parâmetros iniciais dos diferentes modelos para galáxias elípticas, empregados nos experimentos numéricos realizados

Na tabela I, acima, dividimos os modelos em três grupos distintos. As experiências foram elaboradas combinando-se em um par "galáxias" com as características definidas pelos modelos, dentro de um determinado grupo. Assim, pares foram constituídos, por exemplo, combinando-se os modelos I1/I1, I1/I2, I1/I3, I1/I4, I2/I2, I2/I3, I2/I4, I3/I3, I3/I4, I4/I4, para o grupo I. Para o grupo J combinando-se J1/J1, J1/J2, J1/J3, J1/J4, etc. Analogamente para o grupo K. Além destes, foram feitos outros arranjos, onde uma das "galáxias" era desprovida da componente escura enquanto a outra era modelada por um dos modelos descritos acima (I1/I5, I2/I5, I3/I5, I4/I5, J1/J5, etc), além dos pares formados por duas "galáxias" constituídas apenas pela componente visível (I5/I5, J5/J5 e K5/K5). A diferença entre os modelos I5, J5 e K5 é essencialmente a distância pericêntrica inicial em que

se encontram as "galáxias" (distâncias progressivamente maiores). Dentro de cada grupo de modelos (I, J e K) foram organizadas 15 combinações. Para cada das combinações descritas efetuamos quatro experiências distintas onde variamos apenas a excentricidade orbital inicial. Os valores adotados para este parâmetro foram 0.3, 0.5, 0.7 e 0.9. Resumindo-se, foram realizados um total de 180 experimentos numéricos. As 3 tabelas abaixo apresentam todas as combinações feitas, caracterizadas pela massa total da primária (M_1), massa do halo da primária (M_{h1}), raio do halo da primária (R_{h1}), raio do caroço do halo da primária (a_1), massa total da secundária (M_2), massa do halo da secundária (M_{h2}), raio do halo da secundária (R_{h2}), raio do caroço do halo da secundária (a_2), separação inicial entre as galáxias no periastro da órbita binária (R_p) e a excentricidade orbital inicial (e). As experiências do grupo K (tabela IV) são as que apresentam maior R_p inicial, as do grupo J a menor distância e as do grupo I a distância mínima. Esta última foi determinada a partir de inúmeros testes de modo a representar um limite abaixo do qual as galáxias não mantêm-se em órbita, e sim fundem-se em um único objeto, ou seja, as estruturas galáticas se superpõem.

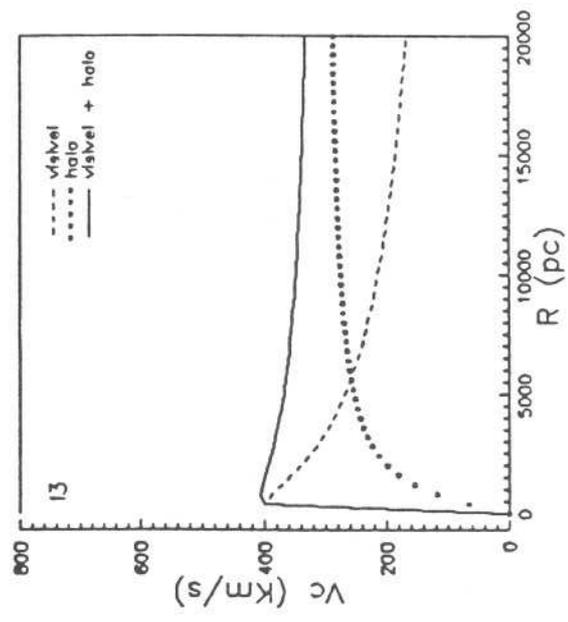
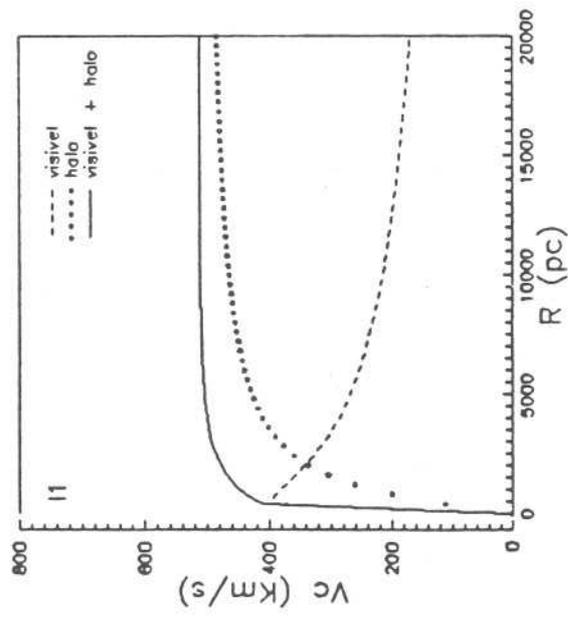
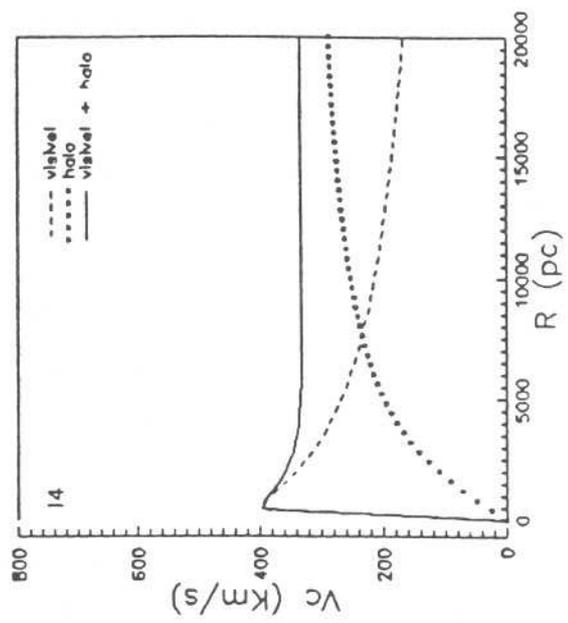
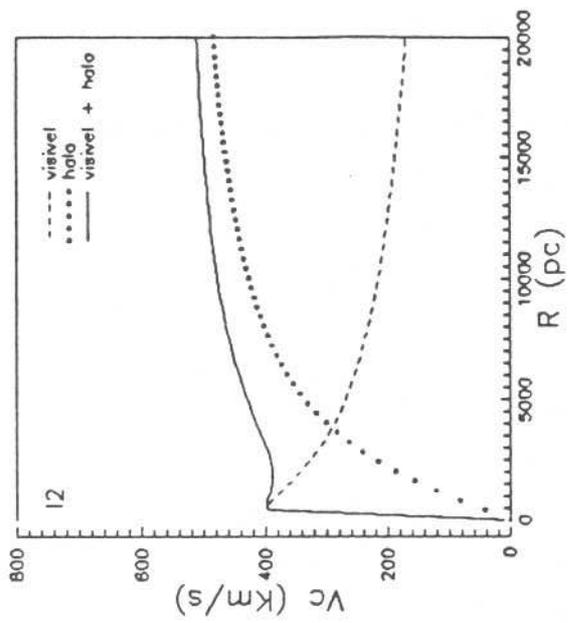


FIGURA 3

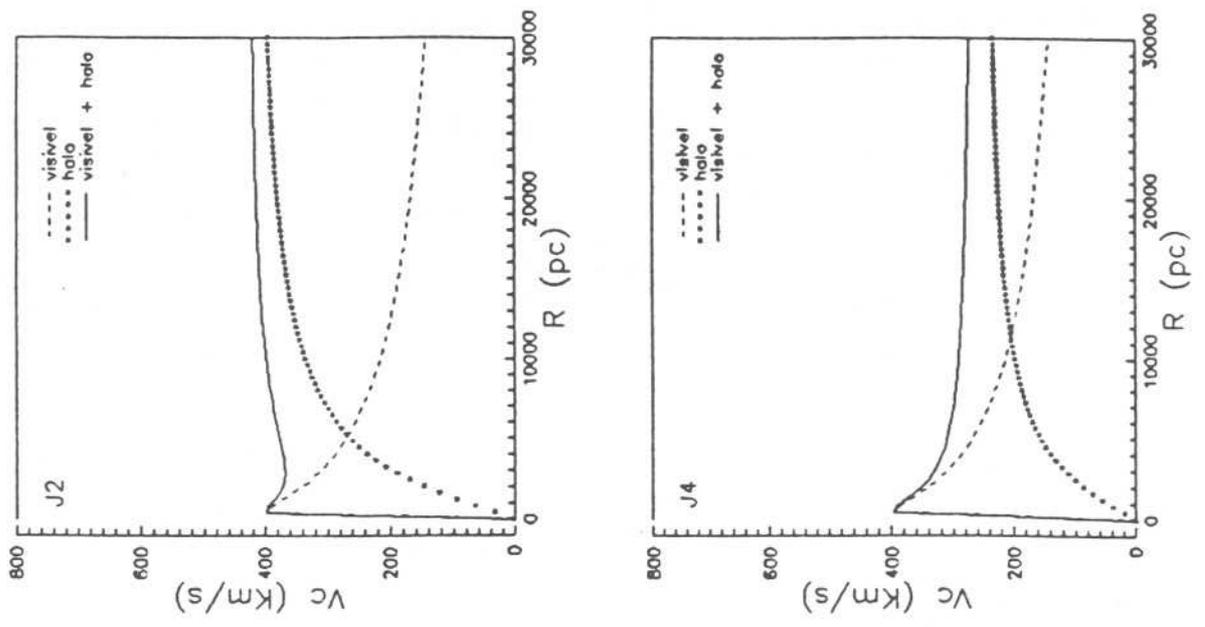


FIGURA 4

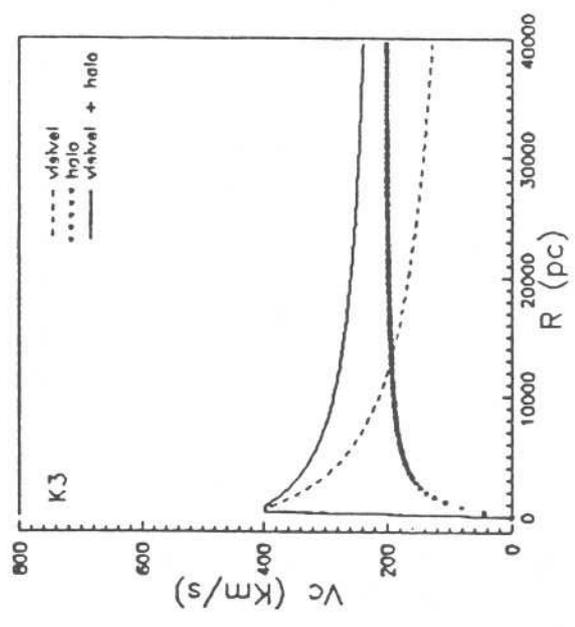
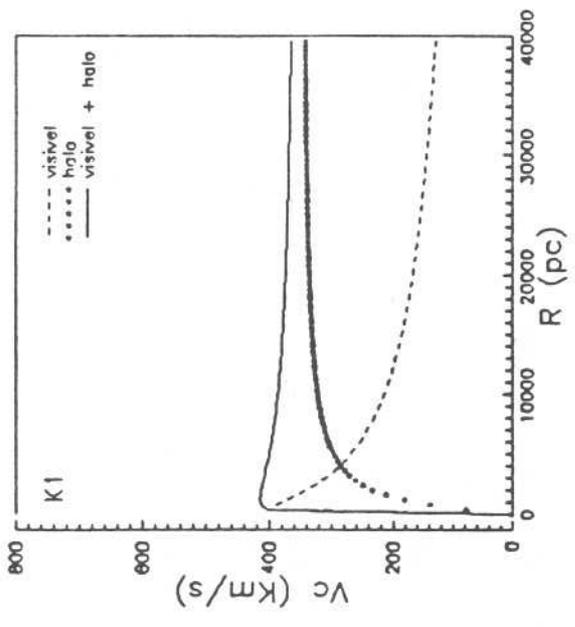
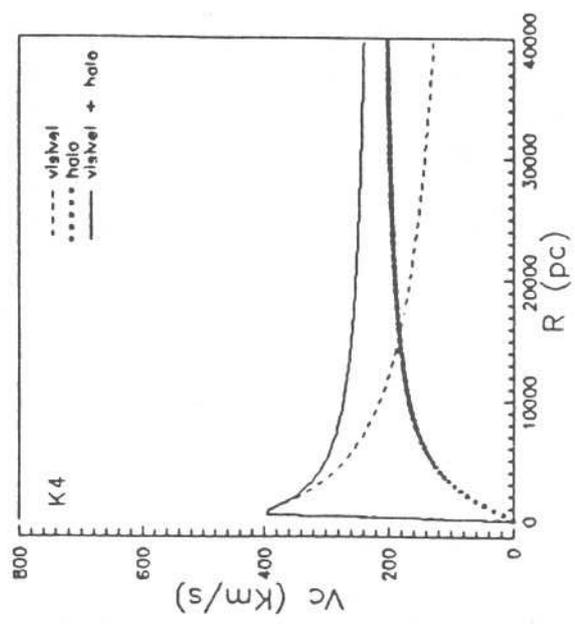
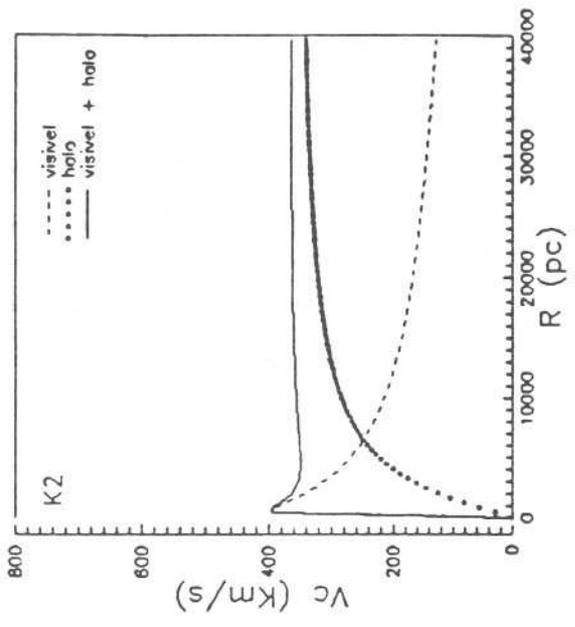


FIGURA 5

TABELA II

Exp.	e	M ₁ (um)	M _{h1} (um)	R _{h1} (ud)	a ₁ (ud)	M ₂ (um)	M _{h2} (um)	R _{h2} (ud)	a ₂ (ud)	Rp (ud)
A1	0.3	60	54	40	2	60	54	40	2	140
B1	0.5	60	54	40	2	60	54	40	2	140
C1	0.7	60	54	40	2	60	54	40	2	140
D1	0.9	60	54	40	2	60	54	40	2	140
A2	0.3	60	54	40	6	60	54	40	6	140
B2	0.5	60	54	40	6	60	54	40	6	140
C2	0.7	60	54	40	6	60	54	40	6	140
D2	0.9	60	54	40	6	60	54	40	6	140
A3	0.3	25	19	40	2	25	19	40	2	110
B3	0.5	25	19	40	2	25	19	40	2	110
C3	0.7	25	19	40	2	25	19	40	2	110
D3	0.9	25	19	40	2	25	19	40	2	110
A4	0.3	25	19	40	6	25	19	40	6	110
B4	0.5	25	19	40	6	25	19	40	6	110
C4	0.7	25	19	40	6	25	19	40	6	110
D4	0.9	25	19	40	6	25	19	40	6	110
A5	0.3	6	0	0	0	6	0	0	0	75
B5	0.5	6	0	0	0	6	0	0	0	75
C5	0.7	6	0	0	0	6	0	0	0	75
D5	0.9	6	0	0	0	6	0	0	0	75
A6	0.3	60	54	40	2	60	54	40	6	140
B6	0.5	60	54	40	2	60	54	40	6	140
C6	0.7	60	54	40	2	60	54	40	6	140
D6	0.9	60	54	40	2	60	54	40	6	140
A7	0.3	60	54	40	2	25	19	40	2	115
B7	0.5	60	54	40	2	25	19	40	2	115
C7	0.7	60	54	40	2	25	19	40	2	115
D7	0.9	60	54	40	2	25	19	40	2	115
A8	0.3	60	54	40	2	25	19	40	6	115
B8	0.5	60	54	40	2	25	19	40	6	115
C8	0.7	60	54	40	2	25	19	40	6	115
D8	0.9	60	54	40	2	25	19	40	6	115
A9	0.3	60	54	40	2	6	0	0	0	85
B9	0.5	60	54	40	2	6	0	0	0	85
C9	0.7	60	54	40	2	6	0	0	0	85
D9	0.9	60	54	40	2	6	0	0	0	85
A10	0.3	60	54	40	6	25	19	40	2	115
B10	0.5	60	54	40	6	25	19	40	2	115
C10	0.7	60	54	40	6	25	19	40	2	115
D10	0.9	60	54	40	6	25	19	40	2	115
A11	0.3	60	54	40	6	25	19	40	6	115
B11	0.5	60	54	40	6	25	19	40	6	115
C11	0.7	60	54	40	6	25	19	40	6	115
D11	0.9	60	54	40	6	25	19	40	6	115
A12	0.3	60	54	40	6	6	0	0	0	85
B12	0.5	60	54	40	6	6	0	0	0	85
C12	0.7	60	54	40	6	6	0	0	0	85
D12	0.9	60	54	40	6	6	0	0	0	85

TABELA II (cont.)

Exp.	e	M ₁ (um)	M _{h1} (um)	R _{h1} (ud)	a ₁ (ud)	M ₂ (um)	M _{h2} (um)	R _{h2} (ud)	a ₂ (ud)	Rp (ud)
A13	0.3	25	19	40	2	25	19	40	6	110
B13	0.5	25	19	40	2	25	19	40	6	110
C13	0.7	25	19	40	2	25	19	40	6	110
D13	0.9	25	19	40	2	25	19	40	6	110
A14	0.3	25	19	40	2	6	0	0	0	80
B14	0.5	25	19	40	2	6	0	0	0	80
C14	0.7	25	19	40	2	6	0	0	0	80
D14	0.9	25	19	40	2	6	0	0	0	80
A15	0.3	25	19	40	6	6	0	0	0	80
B15	0.5	25	19	40	6	6	0	0	0	80
C15	0.7	25	19	40	6	6	0	0	0	80
D15	0.9	25	19	40	6	6	0	0	0	80

. Parametros do grupo I

TABELA III

Exp.	e	M ₁ (um)	M _{h1} (um)	R _{h1} (ud)	a ₁ (ud)	M ₂ (um)	M _{h2} (um)	R _{h2} (ud)	a ₂ (ud)	Rp (ud)
A1	0.3	60	54	60	2	60	54	60	2	180
B1	0.5	60	54	60	2	60	54	60	2	180
C1	0.7	60	54	60	2	60	54	60	2	180
D1	0.9	60	54	60	2	60	54	60	2	180
A2	0.3	60	54	60	6	60	54	60	6	180
B2	0.5	60	54	60	6	60	54	60	6	180
C2	0.7	60	54	60	6	60	54	60	6	180
D2	0.9	60	54	60	6	60	54	60	6	180
A3	0.3	25	19	60	2	25	19	60	2	125
B3	0.5	25	19	60	2	25	19	60	2	125
C3	0.7	25	19	60	2	25	19	60	2	125
D3	0.9	25	19	60	2	25	19	60	2	125
A4	0.3	25	19	60	6	25	19	60	6	125
B4	0.5	25	19	60	6	25	19	60	6	125
C4	0.7	25	19	60	6	25	19	60	6	125
D4	0.9	25	19	60	6	25	19	60	6	125
A5	0.3	6	0	0	0	6	0	0	0	80
B5	0.5	6	0	0	0	6	0	0	0	80
C5	0.7	6	0	0	0	6	0	0	0	80
D5	0.9	6	0	0	0	6	0	0	0	80
A6	0.3	60	54	60	2	60	54	60	6	180
B6	0.5	60	54	60	2	60	54	60	6	180
C6	0.7	60	54	60	2	60	54	60	6	180
D6	0.9	60	54	60	2	60	54	60	6	180
A7	0.3	60	54	60	2	25	19	60	2	125
B7	0.5	60	54	60	2	25	19	60	2	125
C7	0.7	60	54	60	2	25	19	60	2	125
D7	0.9	60	54	60	2	25	19	60	2	125
A8	0.3	60	54	60	2	25	19	60	6	125
B8	0.5	60	54	60	2	25	19	60	6	125
C8	0.7	60	54	60	2	25	19	60	6	125
D8	0.9	60	54	60	2	25	19	60	6	125
A9	0.3	60	54	60	2	6	0	0	0	105
B9	0.5	60	54	60	2	6	0	0	0	105
C9	0.7	60	54	60	2	6	0	0	0	405
D9	0.9	60	54	60	2	6	0	0	0	105
A10	0.3	60	54	60	6	25	19	60	2	125
B10	0.5	60	54	60	6	25	19	60	2	125
C10	0.7	60	54	60	6	25	19	60	2	125
D10	0.9	60	54	60	6	25	19	60	2	125
A11	0.3	60	54	40	6	25	19	60	6	125
B11	0.5	60	54	60	6	25	19	60	6	125
C11	0.7	60	54	60	6	25	19	60	6	125
D11	0.9	60	54	60	6	25	19	60	6	125
A12	0.3	60	54	60	6	6	0	0	0	105
B12	0.5	60	54	60	6	6	0	0	0	105
C12	0.7	60	54	60	6	6	0	0	0	105
D12	0.9	60	54	60	6	6	0	0	0	105

TABELA III

Exp.	e	M ₁ (μm)	M _{h1} (μm)	R _{h1} (μd)	a ₁ (μd)	M ₂ (μm)	M _{h2} (μm)	R _{h2} (μd)	a ₂ (μd)	Rp (μd)
A1	0.3	60	54	60	2	60	54	60	2	180
B1	0.5	60	54	60	2	60	54	60	2	180
C1	0.7	60	54	60	2	60	54	60	2	180
D1	0.9	60	54	60	2	60	54	60	2	180
A2	0.3	60	54	60	6	60	54	60	6	180
B2	0.5	60	54	60	6	60	54	60	6	180
C2	0.7	60	54	60	6	60	54	60	6	180
D2	0.9	60	54	60	6	60	54	60	6	180
A3	0.3	25	19	60	2	25	19	60	2	125
B3	0.5	25	19	60	2	25	19	60	2	125
C3	0.7	25	19	60	2	25	19	60	2	125
D3	0.9	25	19	60	2	25	19	60	2	125
A4	0.3	25	19	60	6	25	19	60	6	125
B4	0.5	25	19	60	6	25	19	60	6	125
C4	0.7	25	19	60	6	25	19	60	6	125
D4	0.9	25	19	60	6	25	19	60	6	125
A5	0.3	6	0	0	0	6	0	0	0	80
B5	0.5	6	0	0	0	6	0	0	0	80
C5	0.7	6	0	0	0	6	0	0	0	80
D5	0.9	6	0	0	0	6	0	0	0	80
A6	0.3	60	54	60	2	60	54	60	6	180
B6	0.5	60	54	60	2	60	54	60	6	180
C6	0.7	60	54	60	2	60	54	60	6	180
D6	0.9	60	54	60	2	60	54	60	6	180
A7	0.3	60	54	60	2	25	19	60	2	125
B7	0.5	60	54	60	2	25	19	60	2	125
C7	0.7	60	54	60	2	25	19	60	2	125
D7	0.9	60	54	60	2	25	19	60	2	125
A8	0.3	60	54	60	2	25	19	60	6	125
B8	0.5	60	54	60	2	25	19	60	6	125
C8	0.7	60	54	60	2	25	19	60	6	125
D8	0.9	60	54	60	2	25	19	60	6	125
A9	0.3	60	54	60	2	6	0	0	0	105
B9	0.5	60	54	60	2	6	0	0	0	105
C9	0.7	60	54	60	2	6	0	0	0	105
D9	0.9	60	54	60	2	6	0	0	0	105
A10	0.3	60	54	60	6	25	19	60	2	125
B10	0.5	60	54	60	6	25	19	60	2	125
C10	0.7	60	54	60	6	25	19	60	2	125
D10	0.9	60	54	60	6	25	19	60	2	125
A11	0.3	60	54	40	6	25	19	60	6	125
B11	0.5	60	54	60	6	25	19	60	6	125
C11	0.7	60	54	60	6	25	19	60	6	125
D11	0.9	60	54	60	6	25	19	60	6	125
A12	0.3	60	54	60	6	6	0	0	0	105
B12	0.5	60	54	60	6	6	0	0	0	105
C12	0.7	60	54	60	6	6	0	0	0	105
D12	0.9	60	54	60	6	6	0	0	0	105

TABELA III (cont.)

Exp.	e	M_1 (μm)	M_{h1} (μm)	R_{h1} (μd)	a_1 (μd)	M_2 (μm)	M_{h2} (μm)	R_{h2} (μd)	a_2 (μd)	R_p (μd)
A13	0.3	25	19	60	2	25	19	60	6	125
B13	0.5	25	19	60	2	25	19	60	6	125
C13	0.7	25	19	60	2	25	19	60	6	125
D13	0.9	25	19	60	2	25	19	60	6	125
A14	0.3	25	19	60	2	6	0	0	0	105
B14	0.5	25	19	60	2	6	0	0	0	105
C14	0.7	25	19	60	2	6	0	0	0	105
D14	0.9	25	19	60	2	6	0	0	0	105
A15	0.3	25	19	60	6	6	0	0	0	105
B15	0.5	25	19	60	6	6	0	0	0	105
C15	0.7	25	19	60	6	6	0	0	0	105
D15	0.9	25	19	60	6	6	0	0	0	105

. Parametros do grupo J

TABELA IV

Exp.	e	M ₁ (um)	M _{h1} (um)	R _{h1} (ud)	a ₁ (ud)	M ₂ (um)	M _{h2} (um)	R _{h2} (ud)	a ₂ (ud)	Rp (ud)
A1	0.3	60	54	80	2	60	54	80	2	240
B1	0.5	60	54	80	2	60	54	80	2	240
C1	0.7	60	54	80	2	60	54	80	2	240
D1	0.9	60	54	80	2	60	54	80	2	240
A2	0.3	60	54	80	6	60	54	80	6	240
B2	0.5	60	54	80	6	60	54	80	6	240
C2	0.7	60	54	80	6	60	54	80	6	240
D2	0.9	60	54	80	6	60	54	80	6	240
A3	0.3	25	19	80	2	25	19	80	2	240
B3	0.5	25	19	80	2	25	19	80	2	240
C3	0.7	25	19	80	2	25	19	80	2	240
D3	0.9	25	19	80	2	25	19	80	2	240
A4	0.3	25	19	80	6	25	19	80	6	240
B4	0.5	25	19	80	6	25	19	80	6	240
C4	0.7	25	19	80	6	25	19	80	6	240
D4	0.9	25	19	80	6	25	19	80	6	240
A5	0.3	6	0	0	0	6	0	0	0	85
B5	0.5	6	0	0	0	6	0	0	0	85
C5	0.7	6	0	0	0	6	0	0	0	85
D5	0.9	6	0	0	0	6	0	0	0	85
A6	0.3	60	54	80	2	60	54	80	6	240
B6	0.5	60	54	80	2	60	54	80	6	240
C6	0.7	60	54	80	2	60	54	80	6	240
D6	0.9	60	54	80	2	60	54	80	6	240
A7	0.3	60	54	80	2	25	19	80	2	240
B7	0.5	60	54	80	2	25	19	80	2	240
C7	0.7	60	54	80	2	25	19	80	2	240
D7	0.9	60	54	80	2	25	19	80	2	240
A8	0.3	60	54	80	2	25	19	80	6	240
B8	0.5	60	54	80	2	25	19	80	6	240
C8	0.7	60	54	80	2	25	19	80	6	240
D8	0.9	60	54	80	2	25	19	80	6	240
A9	0.3	60	54	80	2	6	0	0	0	240
B9	0.5	60	54	80	2	6	0	0	0	240
C9	0.7	60	54	80	2	6	0	0	0	240
D9	0.9	60	54	80	2	6	0	0	0	240
A10	0.3	60	54	80	6	25	19	80	2	240
B10	0.5	60	54	80	6	25	19	80	2	240
C10	0.7	60	54	80	6	25	19	80	2	240
D10	0.9	60	54	80	6	25	19	80	2	240
A11	0.3	60	54	80	6	25	19	80	6	240
B11	0.5	60	54	80	6	25	19	80	6	240
C11	0.7	60	54	80	6	25	19	80	6	240
D11	0.9	60	54	80	6	25	19	80	6	240
A12	0.3	60	54	80	6	6	0	0	0	240
B12	0.5	60	54	80	6	6	0	0	0	240
C12	0.7	60	54	80	6	6	0	0	0	240
D12	0.9	60	54	80	6	6	0	0	0	240

TABELA IV (cont.)

Exp.	e	M ₁ (um)	M _{h1} (um)	R _{h1} (ud)	a ₁ (ud)	M ₂ (um)	M _{h2} (um)	R _{h2} (ud)	a ₂ (ud)	Rp (ud)
A13	0.3	25	19	80	2	25	19	80	6	240
B13	0.5	25	19	80	2	25	19	80	6	240
C13	0.7	25	19	80	2	25	19	80	6	240
D13	0.9	25	19	80	2	25	19	80	6	240
A14	0.3	25	19	80	2	6	0	0	0	240
B14	0.5	25	19	80	2	6	0	0	0	240
C14	0.7	25	19	80	2	6	0	0	0	240
D14	0.9	25	19	80	2	6	0	0	0	240
A15	0.3	25	19	80	6	6	0	0	0	240
B15	0.5	25	19	80	6	6	0	0	0	240
C15	0.7	25	19	80	6	6	0	0	0	240
D15	0.9	25	19	80	6	6	0	0	0	240

.Parâmetros do grupo K

IV. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos os resultados obtidos através da simulação numérica dos efeitos de maré na dinâmica de sistemas binários de galáxias, isto é, efeitos nas órbitas binárias destes objetos. Apresentamos também os efeitos estruturais, ou seja, alterações na estrutura interna das "galáxias", produzidos pelas interações de maré.

Os efeitos dinâmicos se manifestam, essencialmente, na circularização das órbitas, com a diminuição gradativa da excentricidade orbital. O estudo desta diminuição gradativa permite estimar, para cada experimento, um valor para o tempo de circularização da órbita do par (t_c). Os efeitos estruturais são evidenciados pelas curvas de anisotropias tangencial e azimutal (σ_z^2/σ_r^2 e σ_t^2/σ_r^2) determinadas, ao longo das iterações a partir das dispersões de velocidades das "estrelas" de prova, nas direções r , t e z . São também evidenciados pela variação das curvas de razão axial das "galáxias" no plano da órbita (b/a) e no plano perpendicular a este (c/a), pelas dispersões de velocidades das "estrelas" em 3 regiões das "galáxias" (nas direções X , Y , Z , r e t , descritas no capítulo anterior) estabelecidas no instante da inicialização dos sistemas e ainda pela variação do número de "estrelas" nestas regiões ao longo das iterações. A variação do número de corpos de prova evidencia o principal efeito estrutural identificado, a difusão das órbitas "estelares" nas regiões externas de uma das galáxias do par quando sua companheira apresenta um halo mais massivo. Este efeito é maior quanto menor for a distância entre a dupla no instante da passagem pelo periastro. Assim, na análise dos efeitos estruturais destacamos a influência do halo escuro em função de sua dimensão e de sua massa bem como da razão de massas totais entre as "galáxias" constituintes do par.

1. EFEITOS DINÂMICOS

Como mencionado no capítulo anterior, foram realizadas, por experiência, 14000 iterações. No decurso destas iterações os pares

simulados completam, dependendo dos parâmetros orbitais iniciais, um determinado número de períodos. As posições dos centros de massa da Alvo e da Intrusa na órbita, relativas ao centro de massa do sistema binário, foram registradas a intervalos de 200 iterações (correspondendo a aproximadamente 200 ut) e nos periastros e apoastros, o que nos permitiu determinar a fase orbital nestes instantes.

Consideremos, então, que a figura 6 abaixo representa uma órbita elíptica onde destacamos duas posições consecutivas (1) e (2) de uma das "galáxias" do par.

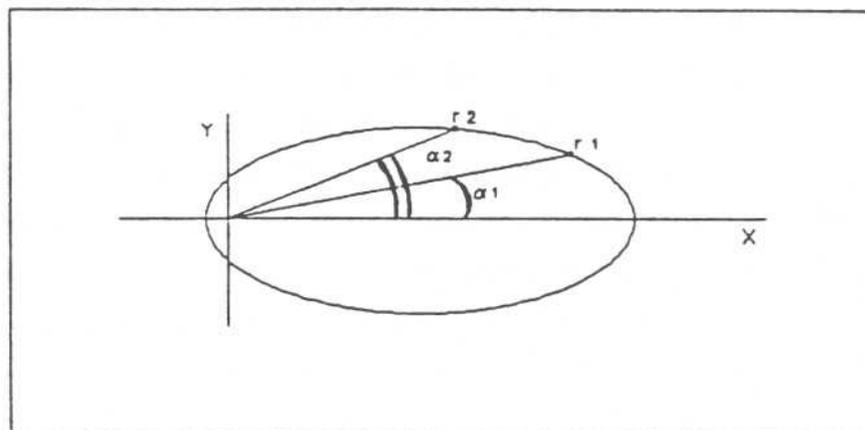


FIGURA 6

Em coordenadas polares r_1 e r_2 podem ser expressos por:

$$r_1 = \frac{a (1 - e^2)}{1 + e \cos \alpha_1}$$

$$r_2 = \frac{a (1 - e^2)}{1 + e \cos \alpha_2}$$

onde a é o semi-eixo maior da órbita, e é a excentricidade orbital, α_1 e α_2 são as fases orbitais nas posições (1) e (2). Efetuando-se a razão entre estas duas equações temos:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 + e \cos \alpha_1}{1 + e \cos \alpha_2} .$$

A partir desta igualdade podemos determinar a excentricidade orbital a cada duas posições consecutivas da órbita. Em outras palavras, a excentricidade em determinado instante de tempo, correspondente ao tempo médio entre as duas posições,

$$e(t) = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \alpha_1 - r_2 \cos \alpha_2} .$$

Assim procedendo para no mínimo 70 posições da órbita de uma das "galáxias" do par obtemos uma distribuição de excentricidade em função do tempo. Admitindo-se que esta distribuição (conforme figura F1, no apêndice) pode ser descrita por uma reta, tal que

$$e(t) = e_0 + e_1 tc,$$

onde e_0 e e_1 são os coeficientes linear e angular, respectivamente, desta reta podemos determinar o tempo de circularização da órbita, tc . Para tanto fazemos $e(t)=0$, como seria o caso de uma órbita circular, assim

$$tc = - \frac{e_0}{e_1} .$$

Para obter o melhor valor para os coeficientes calculamos o desvio médio σ do ajuste e todos os pontos acima ou abaixo de 3σ foram descartados efetuando-se novo ajuste. Este procedimento foi repetido até que a diferença em σ fosse da ordem de 10^{-10} . Calculamos também o erro de tc , decorrente do procedimento descrito acima para determiná-lo.

A circularização das órbitas de sistemas binários se dá, essencialmente, porque a cada período orbital no instante de máxima aproximação (periastro) há transferência de energia orbital

e momento angular do par para os graus internos de liberdade, isto é, para os movimentos internos das galáxias causando o aquecimento das regiões mais externas e a precessão da órbita das estrelas nesta região, por exemplo. Após cada periastro, ao atingir o apoastro seguinte, as galáxias não mais alcançam a distância anteriormente atingida, havendo uma diminuição progressivamente maior desta distância, ou seja, uma aproximação, a uma taxa não constante, do apoastro. A determinação desta taxa, com o procedimento simples descrito acima, permite prever quantas órbitas são necessárias para que haja circularização. Desta forma podemos dizer que são as alterações dinâmicas, causadas pelos efeitos de maré, que levam às alterações estruturais.

Como veremos a seguir, os tempos de circularização são bastante longos, o que parece indicar que a ação das forças de maré, sob a dinâmica dos sistemas, não é muito importante. Deve-se lembrar que estamos tratando apenas de sistemas que não apresentam contato entre as partes externas das galáxias.

Uma análise comparativa dos valores determinados para o tempo de circularização de órbitas binárias, a partir de um grande número de simulações indica que:

a) Para sistemas que não estão em contato direto, mas em órbitas fechadas, t_c é superior ao tempo de Hubble, de modo que pares nestas condições não teriam ainda circularizado suas órbitas. Em outras palavras, os efeitos de maré por si só não seriam suficientes para levar duas galáxias, em órbita inicialmente elíptica, a atingir uma órbita circular. De fato, as condições necessárias à circularização de órbitas em sistemas binários devem ser tais que permitam algum contato direto entre as regiões mais externas das galáxias sem que com isto ocorra a fusão imediata. Há, como pudemos observar nas simulações, um estreito limite entre as condições para circularização e fusão. Esta última parece resultar, como sugerem nossas simulações, de colisões frontais que propiciam o contato imediato, à pequena distância, das regiões externas das galáxias;

b) t_c é proporcional à excentricidade orbital inicial, como dever-se-ia esperar, e é também proporcional ao raio do halo da componente escura das galáxias constituintes do par. Este último parâmetro estabelece a distância mínima, no periastro (R_p), entre

a dupla pois, como descrito no capítulo anterior, o método utilizado exige que não ocorra superposição das estruturas galácticas;

c) o tempo de circularização é inversamente proporcional à massa total do sistema. Assim, como adotamos um valor único para a massa luminosa em todas as experiências, quanto maior for a massa da componente escura, de ambas ou de uma das galáxias do par, menor será t_c . Podemos então supor que alguns sistemas, como aqueles detectados observacionalmente onde notamos inequívocos sinais de contato direto, resultam da ação dos efeitos de maré, evoluindo rapidamente ao estágio observado, devido a presença de uma quantidade maior de massa do que a observada. Esta quantidade extra de massa poderia estar envolvendo as galáxias como um halo escuro massivo. Na ausência de uma componente escura, nossas simulações permitem-nos supor que se determinados pares evoluíram de uma órbita fechada ao que hoje se observa, as massas visíveis devem ser grandes.

As figuras abaixo (7, 8, 9, 10, e 11) resultam de um número razoável de simulações e foram selecionadas para demonstrar as constatações alcançadas. Os valores para t_c nestas figuras são médios (e em unidades do tempo de Hubble, T_H , definido no item 2 do capítulo III). As médias foram tomadas sobre experiências onde todos os parâmetros orbitais iniciais são iguais e apenas o raio do caroço do halo (a) varia. Observamos que este parâmetro não influencia a determinação de t_c , para os quais encontramos valores ligeiramente diferentes, estando as diferenças dentro do erro em suas determinações.

Para facilitar a análise dos gráficos, as tabelas abaixo (I, II e III) apresentam os dados relativos a eles. Cada linha nestas tabelas corresponde a um ponto nas figuras, cada três linhas apresentam os dados de três pontos unidos por uma curva onde ou as massas totais dos sistemas são iguais (figuras 7, 8, 9 e 10) ou os raios dos halos, as distâncias iniciais nos periastros e a excentricidade orbital inicial o são (figura 11). As tabelas estão assim organizadas: coluna (1), código dos modelos de acordo com as figuras (exceto para a figura 11 onde, nesta coluna, temos a massa total do sistema, em unidades de massa, u_m); coluna (2), massa do halo da Alvo e da Intrusa em unidades de massa (u_m); coluna (3),

raio destes halos em unidades de distância (ud); coluna (4), separação inicial no periastro em unidades de distância (ud); coluna (5), excentricidade orbital inicial; coluna (6), tempo de circularização médio e seu erro, ambos em unidades do tempo de Hubble (TH); na coluna (7), uma estimativa do número de períodos orbitais (P) necessários à circularização das órbitas e seu erro e na última coluna, o percentual médio de perda de energia total do sistema (ΔE). Para este último parâmetro é tomado também um valor médio (pelo mesmo motivo exposto acima), e consta da tabela como uma forma de ponderarmos os valores obtidos para o tempo de circularização. Isto é, quanto menor ΔE maior confiabilidade temos na determinação de t_c . O número total de períodos orbitais (P) foi estimado ajustando-se o número de períodos realizados, em função do tempo necessário para sua realização, por uma reta, utilizando-se o valor estimado para t_c como um limite em tempo. O erro foi determinado em função deste ajuste. A ausência de valores de P para algumas experiências constantes das tabelas se deve ao fato de o par simulado ter executado um número insuficiente de períodos para a determinação desta quantidade.

As figuras 7 e 8 devem ser analisadas conjuntamente, pois apresentam os resultados obtidos com as mesmas simulações. Nestas figuras a diferença está no parâmetro exposto no eixo das ordenadas. Na figura 7, neste eixo, temos o raio do halo (R_h). Não diferenciamos se este é o raio do halo da "galáxia" Alvo ou da Intrusa porque nestas simulações ambas as "galáxias" tem o mesmo valor para R_h . Embora o valor deste parâmetro seja o mesmo mostramos na figura 8 que a distância inicial no periastro (R_p) não o é. Daí a necessidade de analisar os gráficos conjuntamente. As figura 9 e 10 devem ser analisadas conjuntamente pelo mesmo motivo, sendo que na figura 9 o eixo da ordenadas apresenta o raio do halo da "galáxia" Alvo (R_{h1}), uma vez que nestas experiências a "galáxia" Intrusa é desprovida da componente escura. É importante observar que a escala no eixo das abcissas nas figuras 7 e 8 corresponde a apenas 20% da escala no eixo das abcissas das figuras 9 e 10. Esta diferença é devida ao fato de nas duas primeiras figuras apresentarmos resultados de simulações, onde os pares são mais massivos do que aqueles que produziram os resultados expostos nas outras duas figuras e onde a Intrusa é

desprovida desta componente.

Na figura 7 temos a dependência de t_c com R_h para 3 diferentes excentricidades orbitais iniciais, 0.3, 0.5 e 0.7. A excentricidade 0.9 foi descartada porque os valores obtidos para t_c com esta excentricidade inicial são muito grandes e incertos. Uma análise individual de cada curva que une três pontos em qualquer destas figuras, permite constatar que, para pares de mesma massa total, quanto maior o raio do halo, maior o tempo de circularização. Comparando-se as curvas de uma mesma figura observamos que, para um mesmo valor de R_h , quanto maior a massa total do sistema, menor o tempo de circularização. É importante observar que para $R_h=60$ ud o par com maior massa total apresenta maior t_c . Isto porque, de acordo com a figura 8, sua separação no periastro, R_p , é maior. Para $R_h=80$ ud as separações no periastro são iguais para pares de diferentes massas totais.

A variação de t_c com a massa total do sistema binário (M_T) é mostrada na figura 11. Aqui temos o resultado de experimentos onde as distâncias entre as "galáxias", a excentricidade orbital inicial (0.3), o raio do halo (quando presente) são os mesmos e apenas a massa total varia. Este gráfico mostra a inversa proporcionalidade entre t_c e M_T . Esta figura mostra também que a razão de massas das "galáxias" em um par não tem influência direta sob a determinação do tempo de circularização, sendo, porém, a massa total do sistema de importância decisiva sob o comportamento deste parâmetro. De acordo com a tabela III, o primeiro e o quarto par simulados possuem razão de massa igual a 1 e apresentam valores consideravelmente diferentes, sendo que o par menos massivo levará aproximadamente 4 vezes mais tempo para ter sua órbita circularizada do que o par mais massivo. O par com razão de massas 10 (terceiro na tabela) circularizará mais rápido do que aqueles com razão de massas 1 e 4.17 (quarto e quinto na tabela, respectivamente). Podemos notar a influência da razão de massas se analisarmos a tabela III dividindo-a em duas partes. Uma, contendo os pares 1, 2 e 3 nos quais a galáxia Alvo apresenta massa total igual a 60 um e a massa da Intrusa varia. A outra parte consistiria dos pares 4 e 5 onde a Alvo tem massa total igual a 25 um e a massa da Intrusa também varia. Considerando-se individualmente estes dois sub-grupos podemos dizer que t_c é

proporcional à razão de massas.

Uma análise global destes gráficos permite-nos concluir que o tempo de circularização depende fortemente da massa total do par e da distância entre as galáxias. Estas duas dependências devem ser conjugadas, isto é, a análise não deve ser feita em função de uma e de outra separadamente, mas sim das duas juntas. É esta combinação que pode tornar as forças de maré nos mecanismos mais eficientes para a circularização de órbitas binárias. A constatação de que t_c depende fortemente da distância entre as galáxias do par e fracamente da razão de massas entre estas galáxias está em acordo com as conclusões alcançadas por *Borne* (1984), embora este autor não destaque que a dependência com a distância deve estar associada com a massa total da binária. Neste mesmo estudo, *Borne* conclui que a escala de tempo para a fusão de uma dupla, em órbita fechada circular ou elíptica típica, deve ser aproximadamente duas vezes o período orbital inicial, cerca de 10^9 anos (aproximadamente 0.06 TH). Nossos resultados indicam que o tempo de circularização deve ser consideravelmente superior a esta escala de tempo (o menor valor encontrado foi 3.1 ± 0.2 TH), indicando que o tempo necessário para a fusão dos sistemas, nas condições estudadas, deve ser ainda relativamente maior. É de extrema relevância, no entanto, destacar que tal escala de tempo deve ser interpretada em termos do cenário para a evolução dinâmica do par construído em nossas simulações.

De acordo com *Verner e Chernin* (1987), os primeiros a fazerem uma estimativa para o tempo de circularização, o número mínimo de períodos necessários para a circularização de órbitas, com excentricidade inicial 0.5 e razão de massas 1, é aproximadamente igual a 30. Esta estimativa para t_c excede, de acordo com os autores, a idade das galáxias em um par considerado típico. Os valores obtidos para t_c em função do número de períodos (P), no presente estudo, são aproximadamente da mesma ordem de grandeza e estão, portanto, em acordo com esta conclusão, uma vez que para pares nestas condições encontramos valores entre 54.1 ± 2.4 e 125.0 ± 14.9 . A estimativa teórica destes autores apresenta a dependência de t_c com a razão de massas entre as galáxias, o ângulo de atraso de maré (λ), a excentricidade orbital inicial e a razão entre a separação no periastro e o raio da primária

explicitada pela seguinte equação:

$$t_c = \frac{5}{9\pi} (1+e)^{1/2} (1-e)^{3/2} \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{R_p}{r_1} \right)^5 \frac{P}{\text{sen}2\lambda}$$

Esta equação foi obtida considerando-se que o tempo necessário para a circularização de uma órbita binária através da dissipação de energia do sistema devido a ação das forças de maré é fornecido pela razão entre o momento angular orbital e o torque de maré. Para a determinação do torque, para simplificar a estimativa, admitiu-se que as galáxias eram esféricas e homogêneas. Uma comparação direta entre os resultados obtidos em nosso estudo com aquele apresentado por *Verner e Chernin*, substituindo-se na equação acima os valores de M_1 , M_2 , e , R_p e r_1 utilizados em nossas simulações, torna-se inviável devido às dificuldades de se obter um valor, para cada experimento, do ângulo de maré (λ). Estas dificuldades decorrem do fato de desenvolvermos nossas análises a partir da simulação de sistemas constituídos por corpos de prova em número reduzido. Os contornos de mesma densidade espacial, que poderiam evidenciar deformações morfológicas, caso estas ocorressem, são ruidosos para fornecer uma estimativa precisa do ângulo λ médio por experimento. Os autores determinaram o tempo de circularização citado acima adotando os valores $e = 0.5$, $M_1/M_2 = 1$, $R_p/r_1 \approx 1.5$ e $\lambda \approx 0.57^\circ$. A adoção destas condições únicas para a determinação de t_c tornam suas conclusões relativamente modestas, mas a elaboração do método teórico para a obtenção deste parâmetro é de grande relevância, pois o método poderá ser convenientemente aproveitado quando combinado a experimentos como, por exemplo, aqueles decorrentes de simulações de N-corpos, que permitam uma estimativa mais precisa de λ .

Para completar nossa análise acerca da dependência de t_c , com os parâmetros e , R_p e M_T , determinamos uma lei semi-empírica que permite quantificá-la. R_p , M_T e t_c estão nas mesmas unidades de distância (ud), massa (um) e tempo (TH) apresentadas nas tabelas I, II e III, descritas acima.

$$t_c \propto \frac{R_p^{2.90} e^{1.99}}{M_T^{0.93}}$$

IV.1.1

A constante de proporcionalidade é igual a 4.23×10^{-4} (TH $u d^{-1}$ um). Na figura 12 abaixo apresentamos o resultado gráfico do ajuste para o qual obtivemos um coeficiente de multi-correlação de 0.89 e um desvio padrão de 0.25. Em (IV.1.1) podemos verificar que R_p contribui mais decisivamente para a diminuição de t_c do que a excentricidade orbital inicial, enquanto que a massa total do sistema contribui para o aumento de t_c tendo, porém, uma influência individual menor do que os outros dois parâmetros.

As figuras 13a, 13b e 13c abaixo apresentam as órbitas de alguns pares para os quais o tempo de circularização foi estimado. As curvas estão organizadas de acordo com as tabelas I, II e III (abaixo), onde apresentamos os valores de t_c obtidos e onde cada linha corresponde a uma das curvas expostas. A figura 13a corresponde a tabela I, a 13b a tabela II e 13c a tabela III.

TABELA I (figs. 7 e 8)

cód	$M_{h1} - M_{h2}$	$R_{h1} - R_{h2}$	Rp	exc.	tc		P	ΔE	
M1	54 - 54	40 - 40	140.0	0.3	3.3 ±	0.2	38.9 ±	1.3	1.68
M1	54 - 54	60 - 60	180.0	0.3	10.0 ±	1.2	65.4 ±	6.8	0.43
M1	54 - 54	80 - 80	240.0	0.3	25.4 ±	1.8	93.7 ±	11.4	0.15
M2	54 - 19	40 - 40	115.0	0.3	3.1 ±	0.2	42.8 ±	1.3	1.94
M2	54 - 19	60 - 60	125.0	0.3	4.7 ±	0.3	49.9 ±	2.4	1.03
M2	54 - 19	80 - 80	240.0	0.3	40.4 ±	8.7	132.9 ±	28.0	0.08
M3	19 - 19	40 - 40	110.0	0.3	4.4 ±	0.4	45.1 ±	3.0	1.06
M3	19 - 19	60 - 60	125.0	0.3	7.8 ±	0.9	59.3 ±	6.2	0.58
M3	19 - 19	80 - 80	240.0	0.3	100.6 ±	27.3	201.8 ±	68.3	0.06
M1	54 - 54	40 - 40	140.0	0.5	8.8 ±	0.6	54.1 ±	2.4	0.60
M1	54 - 54	60 - 60	180.0	0.5	21.1 ±	1.8	79.8 ±	5.9	0.24
M1	54 - 54	80 - 80	240.0	0.5	52.7 ±	6.3	125.0 ±	14.9	0.08
M2	54 - 19	40 - 40	115.0	0.5	8.0 ±	0.5	56.0 ±	2.1	0.67
M2	54 - 19	60 - 60	125.0	0.5	11.2 ±	0.7	65.0 ±	3.2	0.47
M2	54 - 19	80 - 80	240.0	0.5	72.0 ±	12.6	—————	—————	0.05
M3	19 - 19	40 - 40	110.0	0.5	11.3 ±	0.8	62.2 ±	3.5	0.50
M3	19 - 19	60 - 60	125.0	0.5	16.6 ±	1.0	71.9 ±	3.4	0.28
M3	19 - 19	80 - 80	240.0	0.5	169.1 ±	44.8	—————	—————	0.04
M1	54 - 54	40 - 40	140.0	0.7	24.3 ±	1.7	64.3 ±	4.4	0.35
M1	54 - 54	60 - 60	180.0	0.7	47.6 ±	4.9	—————	—————	0.16
M1	54 - 54	80 - 80	240.0	0.7	90.5 ±	14.0	—————	—————	0.05
M2	54 - 19	40 - 40	115.0	0.7	22.6 ±	1.4	69.5 ±	3.0	0.34
M2	54 - 19	60 - 60	125.0	0.7	31.1 ±	4.9	80.9 ±	12.7	0.29
M2	54 - 19	80 - 80	240.0	0.7	152.1 ±	35.9	—————	—————	0.02
M3	19 - 19	40 - 40	110.0	0.7	30.4 ±	2.2	73.9 ±	5.4	0.22
M3	19 - 19	60 - 60	125.0	0.7	40.6 ±	3.2	—————	—————	0.17
M3	19 - 19	80 - 80	240.0	0.7	187.2 ±	47.4	—————	—————	0.03

.Valores de tc calculados para os experimntos M1, M2 e M3

TABELA II (figs. 9 e 10)

cód	$M_{h1} - M_{h2}$	$R_{h1} - R_{h2}$	Rp	exc.	tc		P		ΔE
N1	54 - 0	40 - 0	85.0	0.3	5.3 ±	0.7	89.7 ±	9.8	0.78
N1	54 - 0	60 - 0	105.0	0.3	9.8 ±	0.9	105.2 ±	8.8	0.30
N1	54 - 0	80 - 0	240.0	0.3	90.3 ±	79.1	264.7 ±	224.7	0.03
N2	19 - 0	40 - 0	80.0	0.3	3.3 ±	0.5	42.8 ±	4.8	1.01
N2	19 - 0	60 - 0	105.0	0.3	12.4 ±	1.6	90.9 ±	10.7	0.28
N2	19 - 0	80 - 0	240.0	0.3	20.3 ±	95.2	—————	—————	0.03
N1	54 - 0	40 - 0	85.0	0.5	12.3 ±	0.7	113.2 ±	5.6	0.36
N1	54 - 0	60 - 0	105.0	0.5	21.5 ±	2.7	135.2 ±	16.1	0.13
N1	54 - 0	80 - 0	240.0	0.5	66.7 ±	127.1	—————	—————	0.02
N2	19 - 0	40 - 0	80.0	0.5	10.1 ±	0.9	71.7 ±	4.9	0.47
N2	19 - 0	60 - 0	105.0	0.5	26.0 ±	3.6	111.5 ±	14.4	0.16
N2	19 - 0	80 - 0	240.0	0.5	919.0 ±	—————	—————	—————	0.01
N1	54 - 0	40 - 0	85.0	0.7	26.6 ±	2.7	109.2 ±	9.8	0.18
N1	54 - 0	60 - 0	105.0	0.7	57.5 ±	9.9	163.6 ±	28.3	0.15
N1	54 - 0	80 - 0	240.0	0.7	782.7 ±	92.3	—————	—————	0.01
N2	19 - 0	40 - 0	80.0	0.7	27.8 ±	2.4	80.5 ±	6.0	0.27
N2	19 - 0	60 - 0	105.0	0.7	75.7 ±	14.7	—————	—————	0.10
N2	19 - 0	80 - 0	240.0	0.7	1734.1 ±	—————	—————	—————	0.02

.Valores de tc calculados para os experimentos N1 e N2

TABELA III (fig. 11)

M_T	$M_{h1} - M_{h2}$	$R_{h1} - R_{h2}$	Rp	exc.	tc		P		ΔE
120	54 - 54	40 - 40	120.0	0.3	25.4 ±	1.8	93.7 ±	11.4	0.15
85	54 - 19	40 - 40	120.0	0.3	40.4 ±	8.7	132.9 ±	28.8	0.08
66	54 - 0	40 - 0	120.0	0.3	90.3 ±	79.1	264.7 ±	224.7	0.03
50	19 - 19	40 - 40	120.0	0.3	100.6 ±	27.3	201.8 ±	68.3	0.06
31	19 - 0	40 - 0	120.0	0.3	120.3 ±	95.2	—————	—————	0.03

.Valores de tc calculados para experimentos com massas totais variáveis, demais parâmetros mantidos fixos

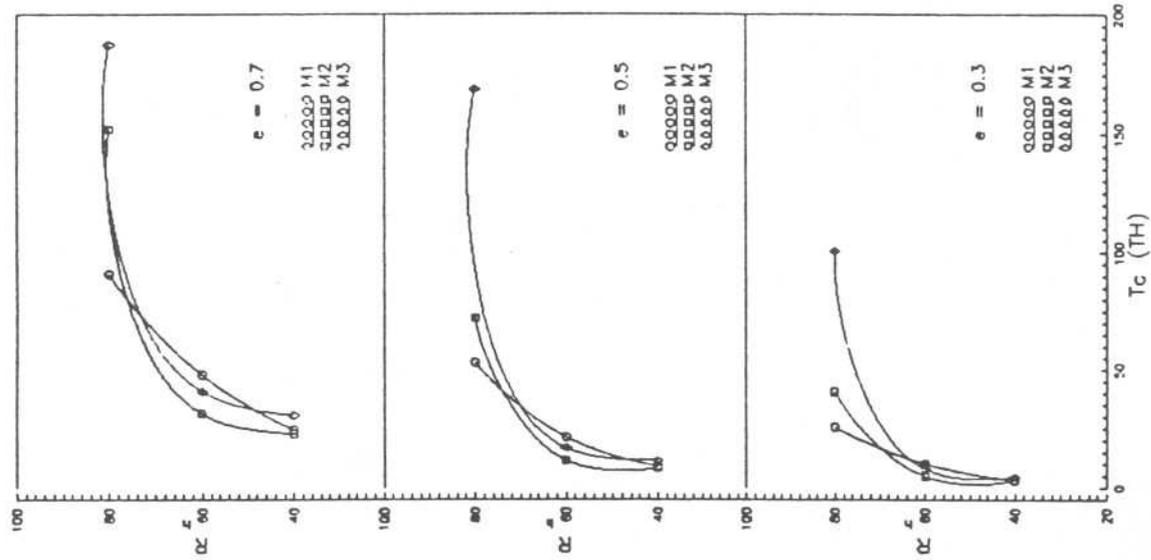


FIGURA 7

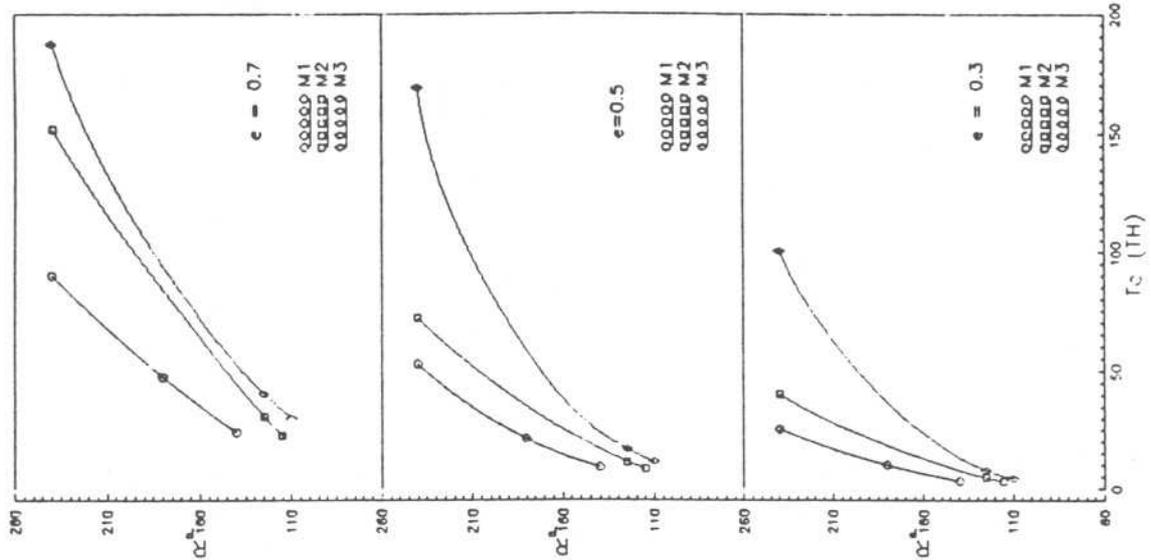


FIGURA 8

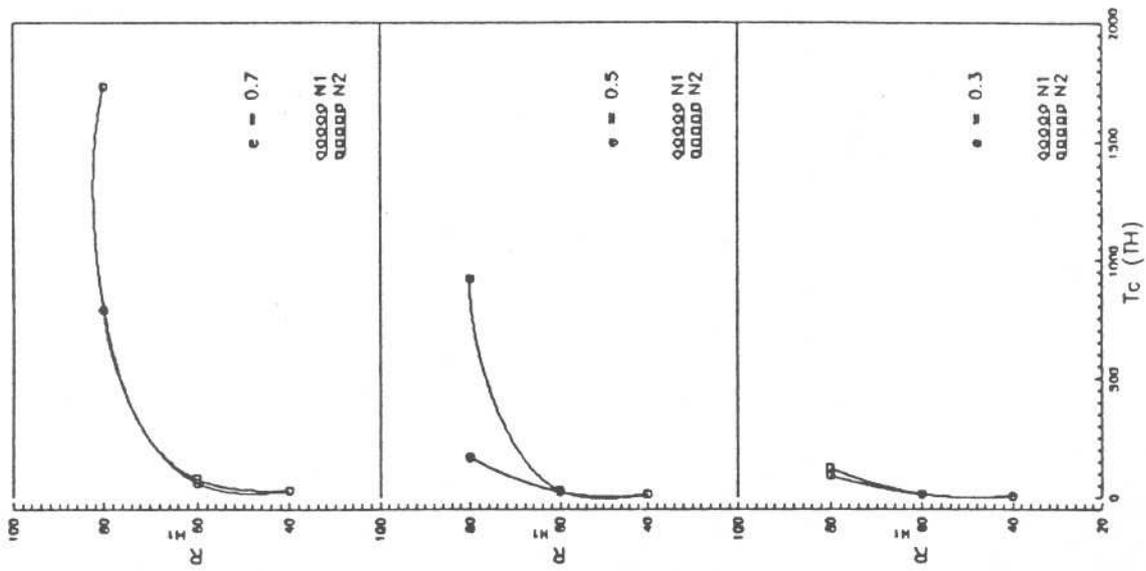


FIGURA 9

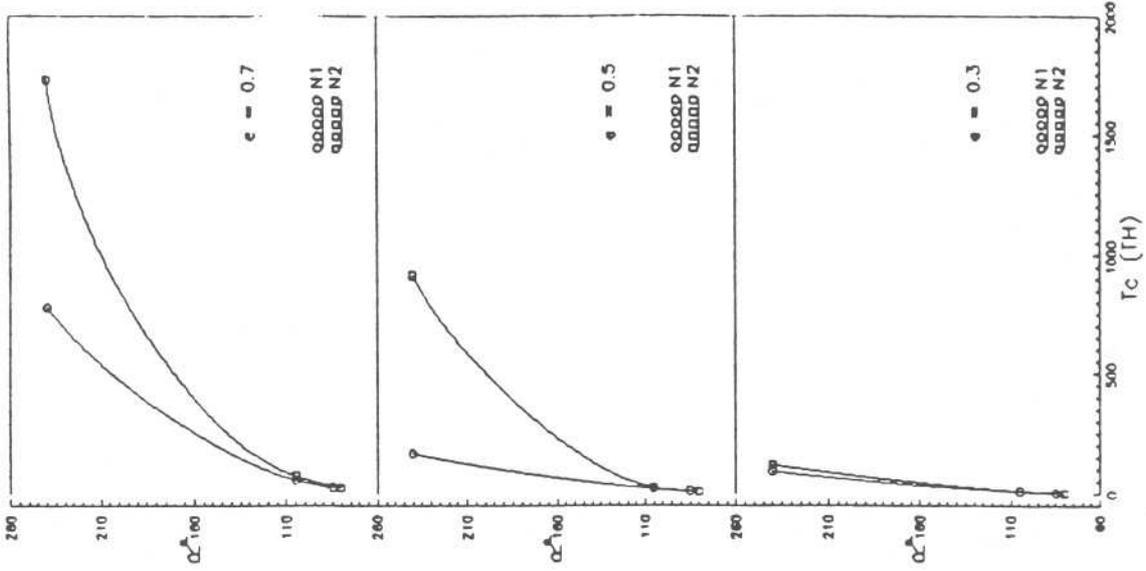


FIGURA 10

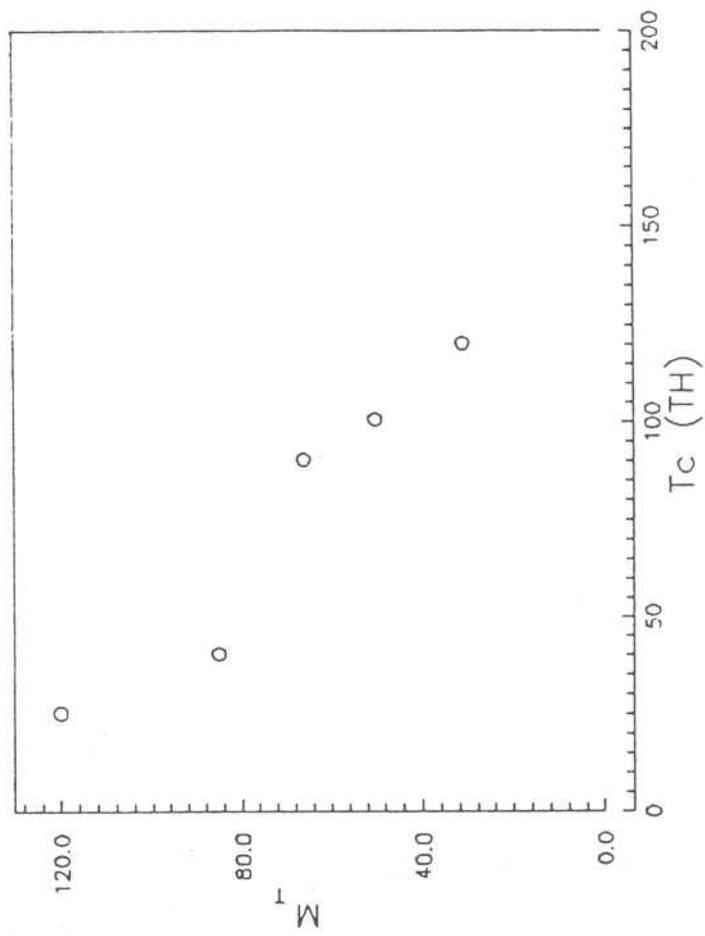


FIGURA 11

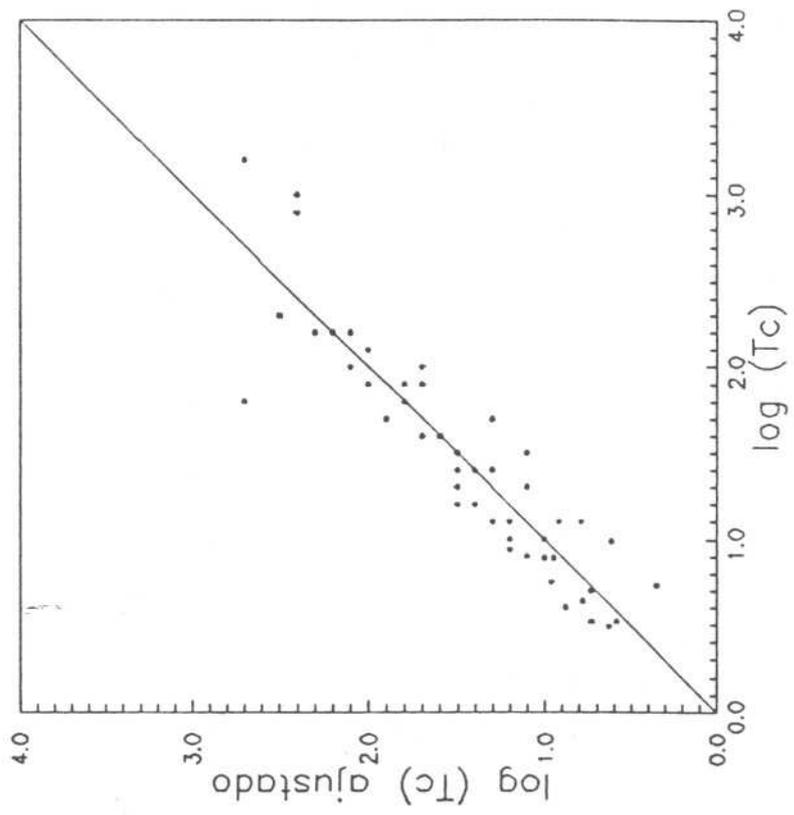


FIGURA 12

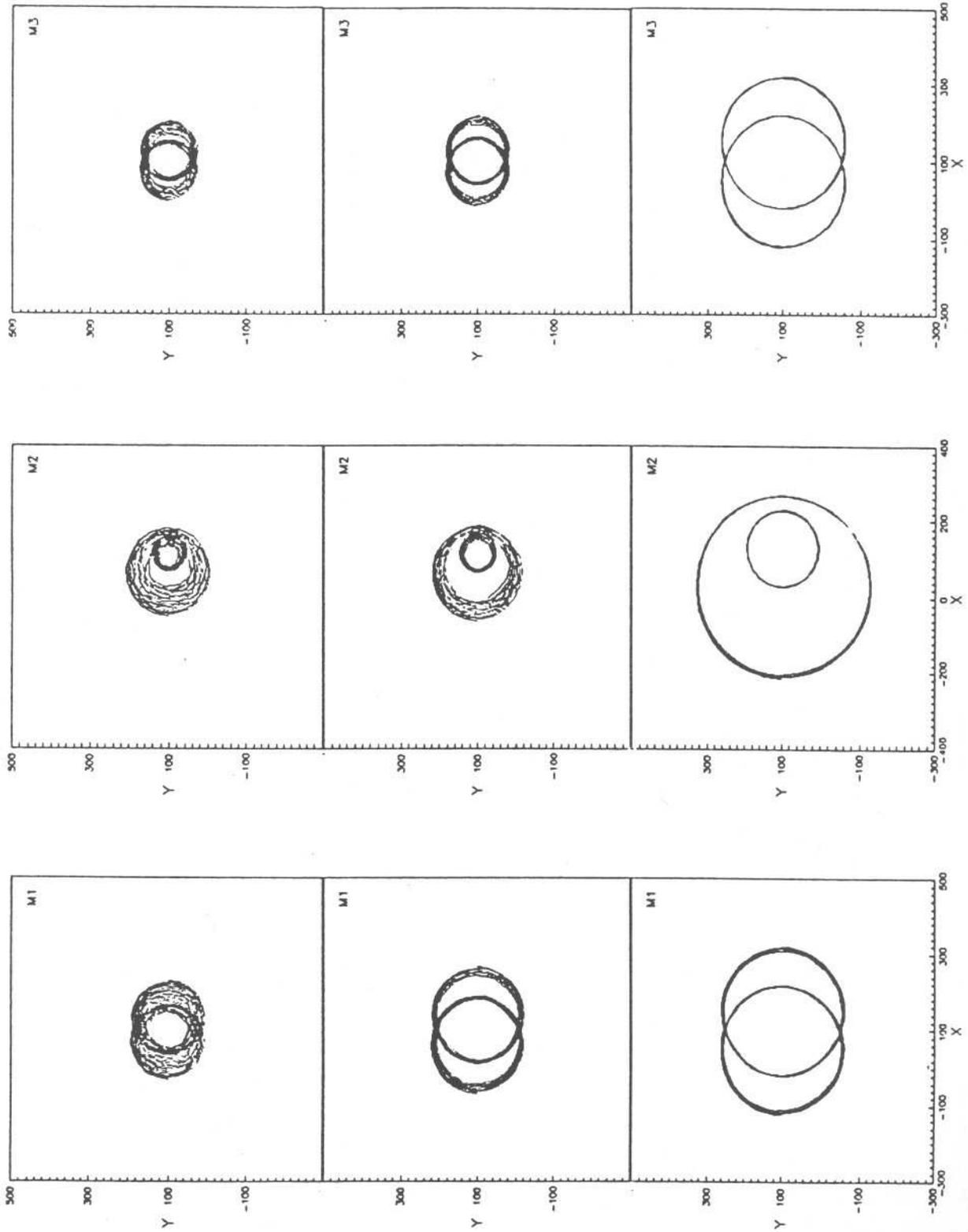


FIGURA 13a

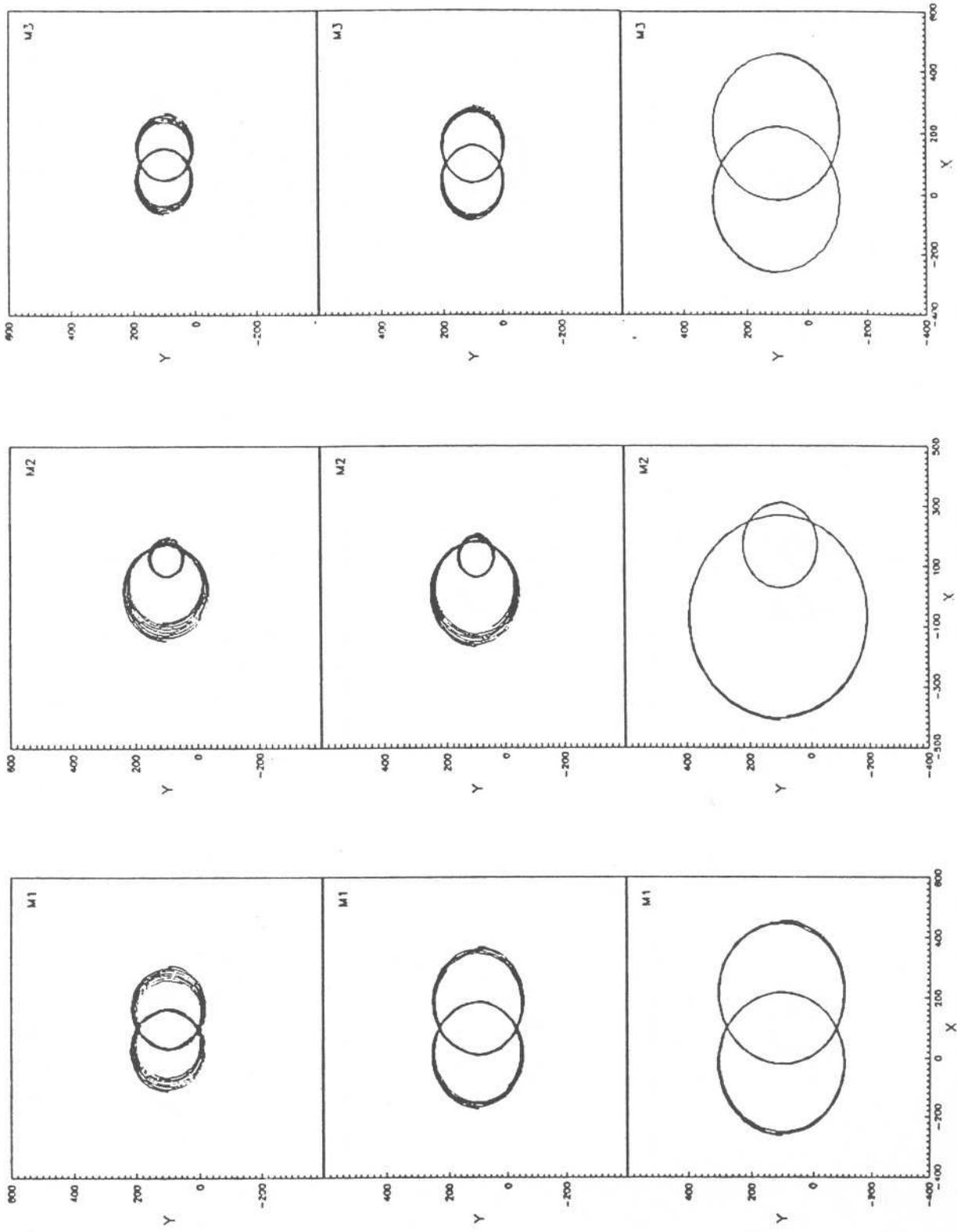


FIGURA 13a (cont.)

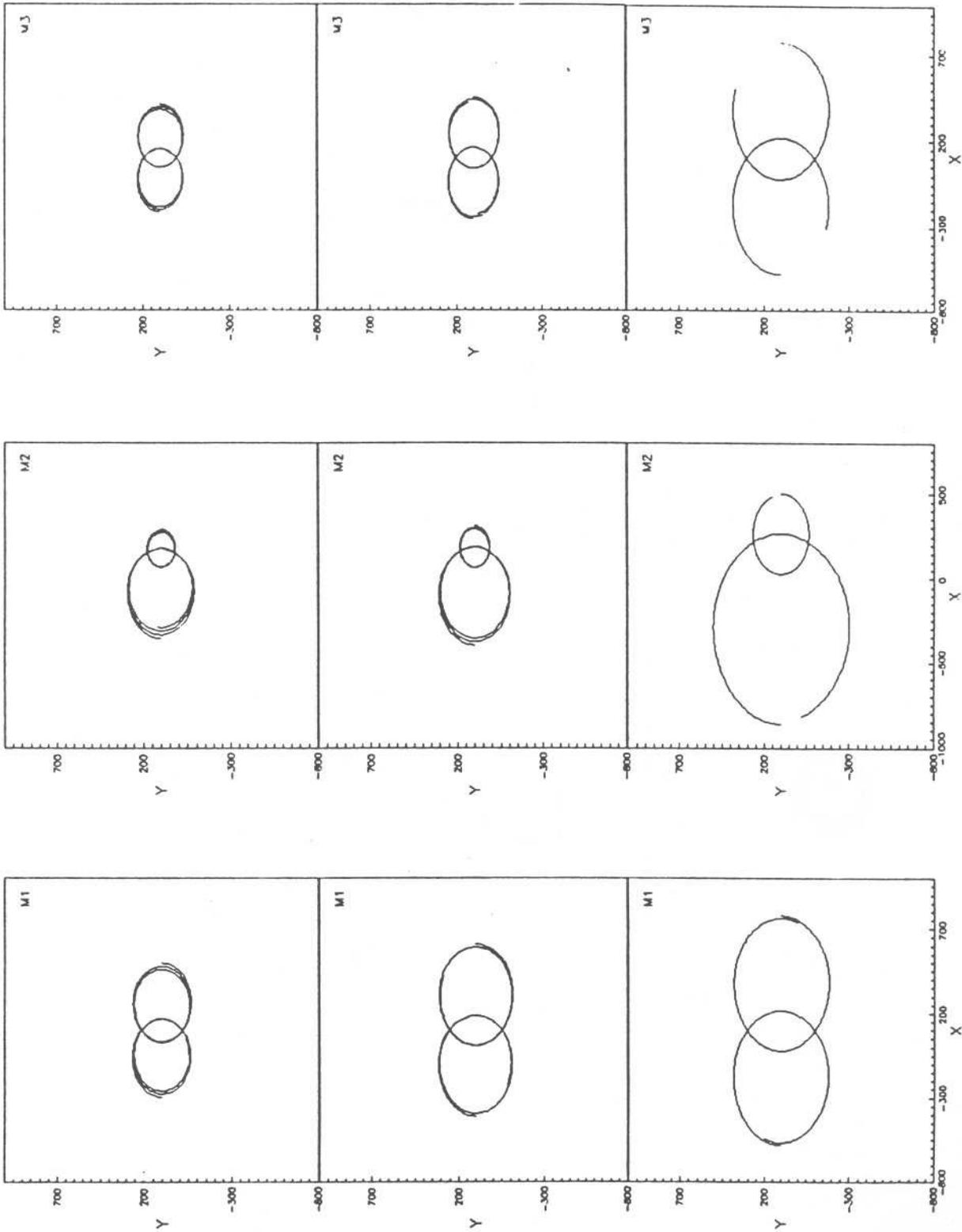


FIGURA 13a (cont.)

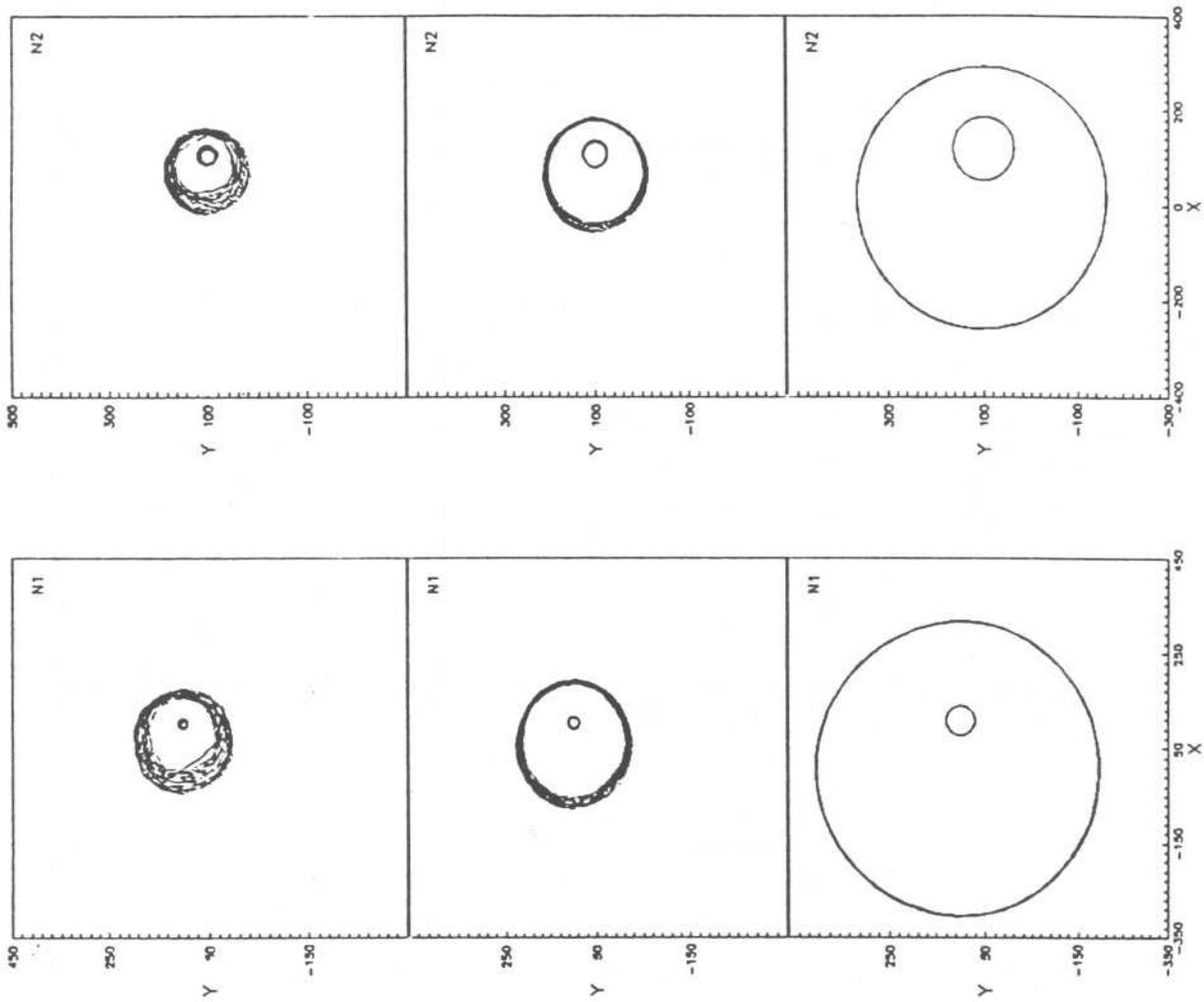


FIGURA 13b

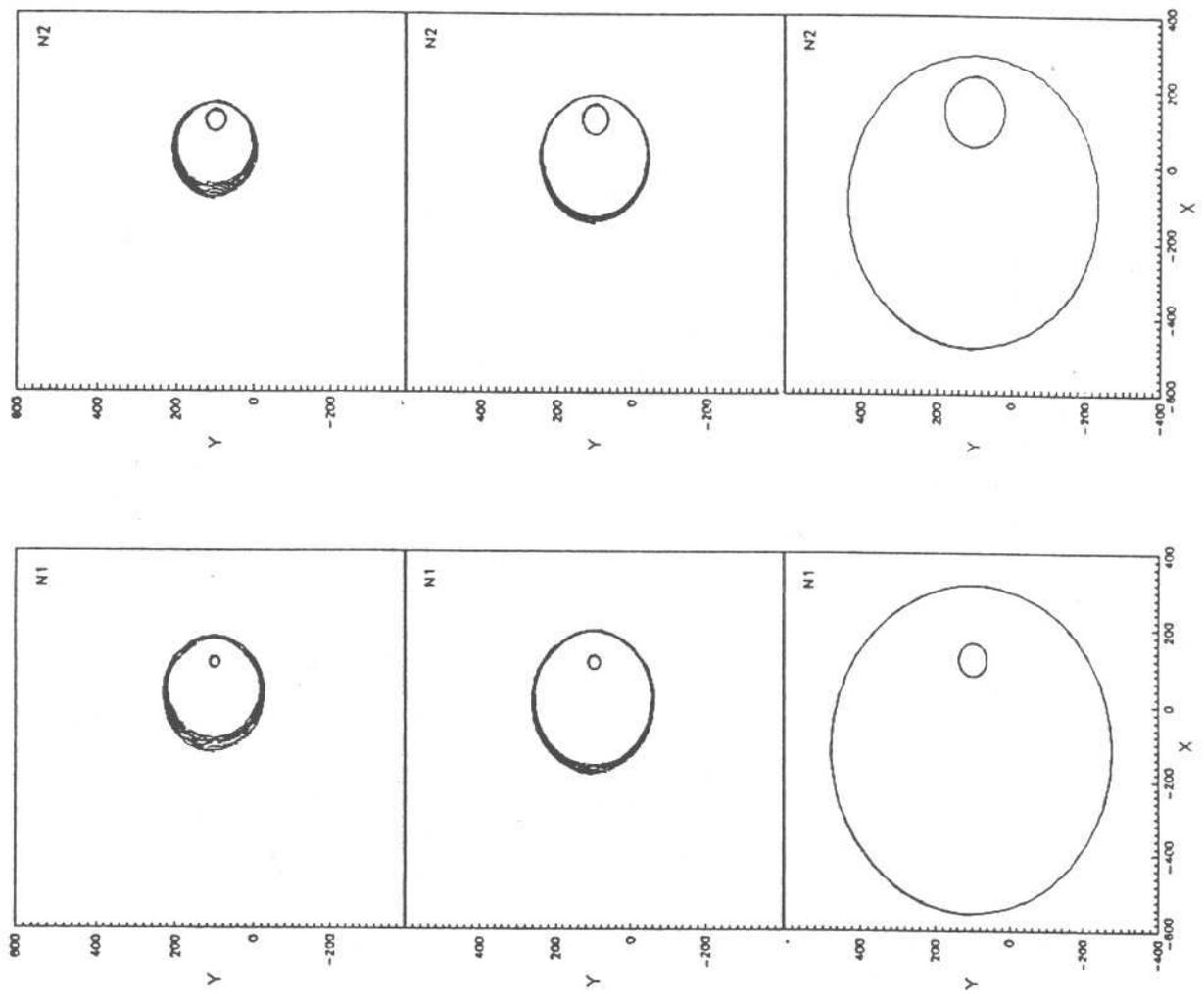


FIGURA 13b (cont.)

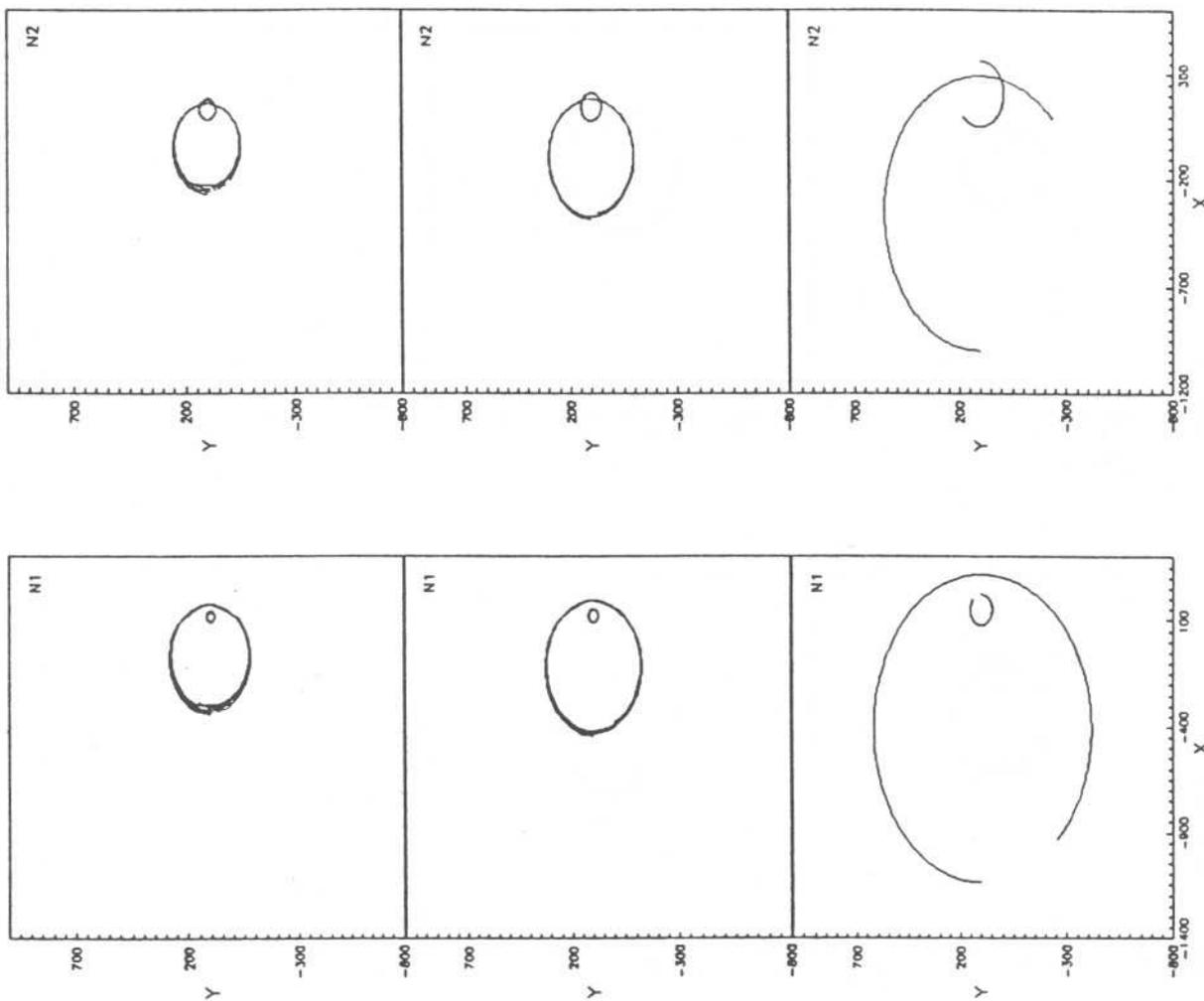


FIGURA 13b (cont.)

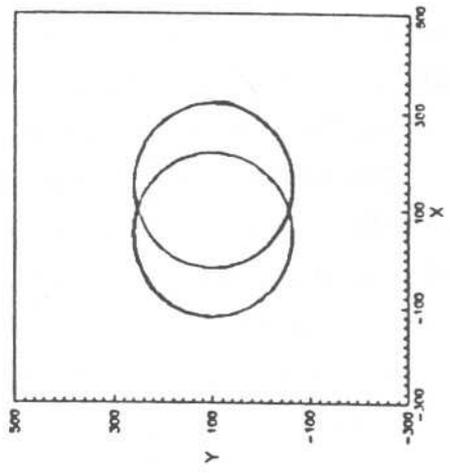
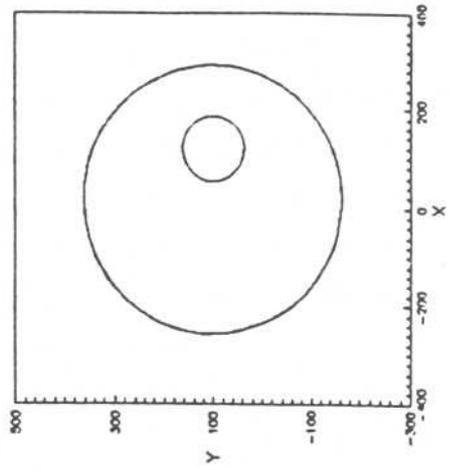
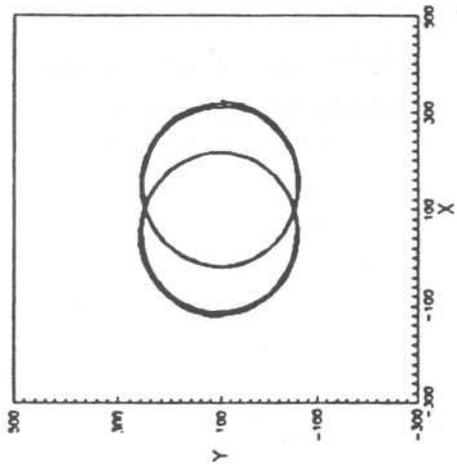
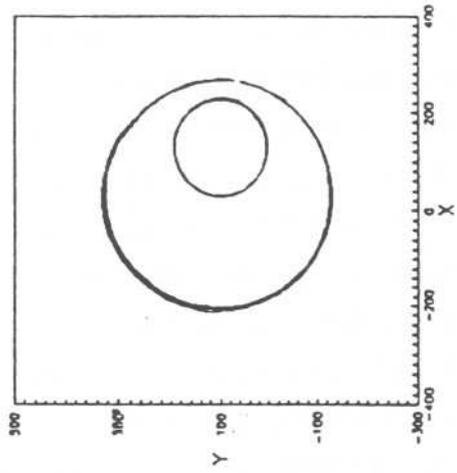
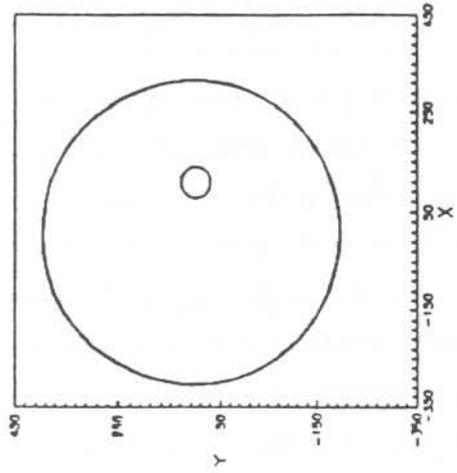


FIGURA 13c

2. EFEITOS ESTRUTURAIS

O movimento orbital de pares de galáxias tende a ser modificado ao entrarem em ação as forças de maré, que aumentam em intensidade quando os objetos em órbita atingem a máxima aproximação. Tais efeitos dinâmicos, traduzidos principalmente pela circularização das órbitas, quando o par encontra-se em uma órbita inicialmente elíptica, ocorrem porque no periastro há uma maior transferência de energia orbital e momento angular do par para a energia e momento angular internos das galáxias, isto é, para o movimento orbital das estrelas e do gás. Com esta transferência surgem alterações estruturais em ambas as galáxias do par, induzidas pelas forças de maré. Neste item analisamos tais efeitos estruturais em "galáxias" inicialmente esféricas e em órbitas binárias elípticas, cujas excentricidades, como pudemos verificar no item anterior, diminuem a cada período.

Analisamos, essencialmente, a dispersão de velocidades das "estrelas" de prova constituintes dos sistemas e, em decorrência desta, as possíveis anisotropias nas distribuições de velocidades "estelares", as variações das razões axiais no plano orbital (X,Y) e em um dos planos perpendicular a este (X,Z), e ainda as alterações das configurações espaciais inicialmente elaboradas para simular galáxias elípticas. Descrevemos, primeiramente, o procedimento empregado na determinação destas quantidades e, posteriormente, passamos ao estudo de seu comportamento ao longo do intervalo de tempo que as experiências realizadas abrangem.

Consideremos a representação abaixo (figura 14), em duas dimensões, da componente visível de uma "galáxia" esférica dividida em 3 regiões (conchas) consecutivas. Regiões estas cujos raios são fixados no instante da inicialização dos sistemas que precede o processo de simulação numérica da evolução do par em uma órbita elíptica.

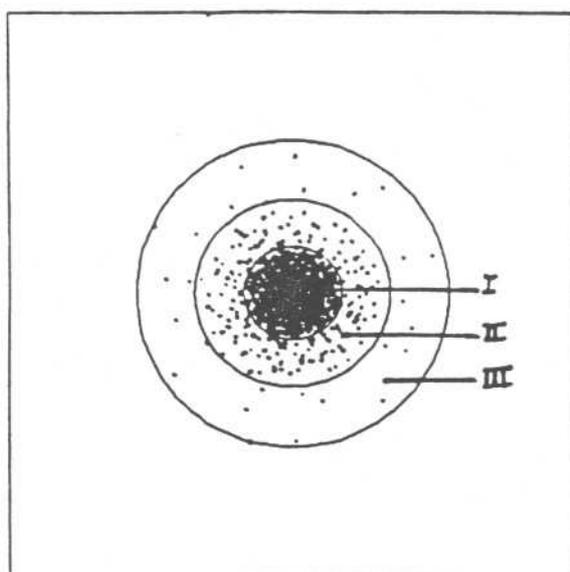


FIGURA 14

Denominamos as regiões I, II e III por Central, Intermediária e Externa, respectivamente. O raio da região I está entre 0 e 30% do raio total, o da região II entre 30% e 60% e o da região III entre 60% e 100%, correspondendo seus valores máximos a aproximadamente 7.8 ± 1.0 ud (ou 3.9 ± 0.5 Kpc), 15.4 ± 0.6 ud (ou 7.7 ± 0.3 Kpc) e 26.0 ± 0.8 ud (ou 13.0 ± 0.4 Kpc), respectivamente. Visto que a distribuição espacial dos corpos de prova obedece a lei $r^{1/4}$, cerca de 80% das "estrelas" concentram-se na região Central e 20% distribuem-se entre as regiões Intermediária e Externa, ficando aproximadamente 12% na região II. Analisamos a evolução do comportamento das velocidades dos corpos de prova dentro destas regiões em diferentes direções, isto é, nas direções X, Y e Z (coordenadas cartesianas) e r, t e z (coordenadas cilíndricas). A dispersão de velocidades em cada região pode ser determinada por:

$$\sigma_j = \left(\langle \sigma_x^2 \rangle + \langle \sigma_y^2 \rangle + \langle \sigma_z^2 \rangle \right)^{1/2}$$

onde

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N_*} (v_k - \bar{v}_k)^2}{N_*}, \quad i = x, y, z \quad \text{e} \quad \bar{v}_k = \frac{\sum v_k}{N_*}$$

sendo N_* o número de k "estrelas" na região (j) considerada (I, II ou III). Foram também calculadas σ_r^2 , σ_t^2 e σ_z^2 a partir de V_r , V_t e V_z descritas no capítulo anterior e determinadas por:

$$V_r = VX \left(\frac{X}{r} \right) + VY \left(\frac{Y}{r} \right)$$

$$V_t = -VX \left(\frac{Y}{r} \right) + VY \left(\frac{X}{r} \right)$$

$$V_z = VZ.$$

Obtidas as dispersões quadráticas médias σ_r^2 , σ_t^2 e σ_z^2 calculamos as razões σ_t^2/σ_r^2 e σ_z^2/σ_r^2 em cada das regiões I, II e III. Estas razões fornecem o grau de anisotropia das velocidades "estelares". Na análise do comportamento da dispersão de velocidades (σ) e das anisotropias com o tempo descartamos os resultados obtidos para a região Externa. Devido ao número bastante reduzido de corpos de prova nesta região, as distribuições obtidas são demasiado ruidosas e pouco representativas.

A variação, com o tempo, da razão axial de cada "galáxia" nos planos X,Y e X,Z pode ser estudada a partir dos diagramas que apresentam o comportamento deste parâmetro, calculado em dois níveis de densidade. O primeiro, denominado nível de densidade mínima, é relativamente o mais externo possível e corresponde, aproximadamente, à região Intermediária descrita acima no cálculo da dispersão de velocidades. O nível de densidade máxima é mais interno e corresponde, aproximadamente, à região Central. Embora haja correlação entre os níveis de densidade e as regiões descritas, esta condição não é, em nenhum dos experimentos realizados, rigorosamente exata, porque a determinação dos níveis de densidade depende da distribuição espacial, obtida com a aplicação de técnicas de Monte Carlo, dos corpos de prova.

Construída a matriz de densidade de cada "galáxia" do par

calculamos a densidade mínima (ρ_{\min}), a densidade máxima (ρ_{\max}) e o delta-nível dado por:

$$\Delta_{\text{nível}} = \frac{2}{3} \left(\rho_{\max} - 2\rho_{\min} \right),$$

tal que os níveis estabelecidos são:

$$1^{\circ} \text{ nível} = 2\rho_{\min}$$

$$2^{\circ} \text{ nível} = 2\rho_{\min} + \Delta_{\text{nível}}.$$

O produto $2\rho_{\min}$ indica que não tomamos exatamente o nível de mais baixa densidade por ser este extremamente ruidoso, porém outro cuja densidade é duas vezes maior e o ruído menos intenso. Em todas as experiências realizadas os níveis de densidade são aproximadamente iguais, o que permite a comparação dos resultados de diferentes experiências.

As razões axiais b/a (plano X,Y) e c/a (plano X,Z) foram determinadas a partir da matriz de densidade de cada "galáxia", para cada 200 ut. A matriz de densidade é constituída de 40X40 células quadradas de 0.44 ud (ou 0.22 Kpc) de lado. Para cada célula foi feita a contagem de "estrelas". Os contornos das regiões (na malha de dados), correspondentes aos níveis de densidade estabelecidos, foram submetidos a um método que faz uso do conceito de momento de inércia e permite determinar a elipse que melhor os ajusta. Tal método, desenvolvido por *Tyson e Jarvis* (1979), é resumidamente descrito abaixo.

Define-se as coordenadas do centróide da imagem, no plano X,Y, por:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^k X_i d(X_i, Y_i)}{\sum_{i=1}^k d(X_i, Y_i)}$$

$$Y_c = \frac{\sum_{i=1}^k Y_i d(X_i, Y_i)}{\sum_{i=1}^k d(X_i, Y_i)}$$

onde $d(X_i, Y_i)$ é a densidade de cada célula em um dos níveis estabelecidos, (X_i, Y_i) são as coordenadas de posição do centro de cada célula e k é o número de células. A partir desta definição obtém-se os momentos da imagem:

$$M_{m,n} = \sum_{i=1}^k (X_i - X_c)^m (Y_i - Y_c)^n d(X_i, Y_i)$$

onde m e n variam de 0 a 2. A matriz dos momentos é dada por:

$$M = \begin{pmatrix} M_{20} & M_{11} \\ M_{11} & M_{02} \end{pmatrix}.$$

Diagonalizando-se a matriz M através da equação característica $(M - \lambda I) X = 0$, onde λ e X são os autovalores e autovetores da matriz M e I a matriz identidade obtém-se:

$$\lambda^2 - (M_{20} + M_{02})\lambda + M_{02} M_{20} M_{11}^2 = 0$$

Resolvendo-se esta equação determinamos os autovalores λ_1 e λ_2 .

$$\lambda_1 = \frac{M_{20} + M_{02} + R}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{M_{20} + M_{02} - R}{2}$$

onde $R = \sqrt{M_{20} - M_{02} + 4 M_{11}^2}$

Os momentos de inércia de uma elipse em torno dos eixos X e Y são :

$$I_{xx} = \frac{1}{2} b^2$$

$$I_{yy} = \frac{1}{2} a^2 ,$$

onde a e b são os semi-eixos maior e menor, respectivamente. Associando-se estes momentos aos autovalores λ_1 e λ_2 podemos determinar a e b.

$$a = \left(M_{20} + M_{02} + R \right)^{1/2}$$

$$b = \left(M_{20} + M_{02} - R \right)^{1/2}$$

O mesmo procedimento foi empregado para a determinação da razão no plano X,Z.

Computamos também para as regiões I, II e III o número de estrelas de prova presentes ao longo das iterações. A soma do número de corpos de prova em cada região, em determinados instantes de tempo, fornece o número total de objetos em um raio inicial fixo e permite avaliar a influência das forças de maré sob a estrutura galáctica e acompanhar suas alterações, principalmente em função das condições iniciais adotadas.

Analizamos, a seguir, os resultados obtidos com as 180 experiências realizadas, cujas condições iniciais são apresentadas nas tabelas II, III e IV do capítulo anterior. Seleccionamos os diagramas obtidos para as experiências A1, A2, A3, ... e A15, constantes da tabela II, para ilustrar as conclusões alcançadas. Estas experiências foram escolhidas por apresentarem a menor excentricidade orbital inicial (0.3) e a menor distância no apoastro (R_p) entre as "galáxias", no instante da inicialização. Todos os demais experimentos numéricos fornecem resultados similares aos que descrevemos abaixo e apontam para as mesmas conclusões, porém as experiências seleccionadas são as que melhorevidenciam estes resultados. Assim, a primeira constatação feita é a de que os efeitos estruturais são mais evidentes quanto menor a excentricidade orbital e a distância pericêntrica iniciais.

É importante ressaltar que todas as grandezas foram analisadas em função do tempo (em unidades de tempo, ut), sendo que as dispersões (σ) estão em Km/s, enquanto que as demais (σ_t^2/σ_r^2 , σ_z^2/σ_r^2 , b/a , c/a e o número de estrelas em um raio fixo) são adimensionais. Os coeficientes, provenientes dos ajustes apresentados no decorrer das discussões dos resultados, devem ser interpretados em função destas unidades.

Todas as figuras que ilustram os resultados são apresentadas no Apêndice I. As figuras abaixo (15 e 16) expõem os resultados alcançados para duas experiências onde a massa total da "galáxia" Intrusa é igual a zero. Estes dois testes foram realizados com o objetivo de mostrar o comportamento das grandezas que queremos estudar (σ , b/a , c/a e etc), em função do tempo, na ausência de interações entre as "galáxias" do par. O que temos nestas figuras é, portanto, a evolução destas grandezas devida apenas a interação gravitacional interna das partículas de prova da Alvo, sem a influência de sua companheira. Destacamos nestas figuras que todas as grandezas apresentam um comportamento constante com o tempo, evidenciado pelo ajuste de uma reta para a qual o coeficiente angular é sempre inferior a 10^{-6} . Estas figuras permitem, quando comparadas àquelas resultantes das demais experiências, identificar as alterações produzidas nas grandezas analisadas, em decorrência das interações mútuas. A figura 15 apresenta os

resultados para a experiência A1, cujos parâmetros iniciais da Alvo são descritos na tabela II (capítulo anterior). Nesta experiência a massa do halo escuro corresponde ao maior valor testado em nossas simulações. A figura 16, analogamente, corresponde à experiência A5, cujos parâmetros iniciais da Alvo também estão descritos na mesma tabela. Neste segundo teste a Alvo não dispõe de uma componente escura. Nossa análise a cerca da influência mútua entre as "galáxias" do par é efetivada pela comparação entre os resultados obtidos com estas duas experiências e aqueles obtidos com as demais.

Nas figuras 15a e 16a temos a variação da dispersão de velocidades "estelares", σ , com o tempo (isto é, ao longo das iterações). As diferenças, entre as figuras, nos valores deste parâmetro para ambas, região Central e Intermediária, refletem as características dos modelos adotados e reproduzem o comportamento da velocidade dos corpos de prova, em função de seu raio, conforme mostrado pela figura 3 (índice I1) do capítulo anterior, onde os descrevemos.

Nas figuras 15b e 16b temos o comportamento das razões σ_t^2/σ_r^2 e σ_z^2/σ_r^2 , em função do tempo. A curva contínua apresenta a evolução da primeira razão e a tracejada a da segunda. Temos para as experiências A1 e A5 o comportamento destas razões nas regiões Central e Intermediária. A variação maior em torno de um valor médio (ruído maior) como observada na região II reflete o número menor de "estrelas" nesta região. A diferença entre os valores médios da região I e da região II também decorre da diferença no número de partículas-teste nas regiões. Se as razões de dispersão quadrática média, em diferentes direções, são computadas para uma única região, cujo raio corresponda a 60% do raio total (região I + região II), os valores médios e as variações obtidas em torno destes aproximam-se grandemente daqueles obtidos para a região Central. Por outro lado, se as duas regiões são construídas tal que em cada uma mantenha-se, aproximadamente, o mesmo número de corpos de prova teremos valores médios e variações em torno destes superiores àqueles obtidos para a região Central, porém inferiores aos atingidos para a região Intermediária.

Os diagramas 15c e 16c permitem-nos analisar o comportamento das razões axiais b/a e c/a . Podemos observar que o valor médio

destas razões é constante com o tempo. A variação em torno deste decorre do número total de corpos de prova utilizados (2000) em nossas simulações e das dimensões das células que constituem a grade de dados. Em ambos os diagramas, b/a e c/a são alguns centésimos menores na região externa. Esta diferença deve-se ao fato de na região interna a densidade ser maior, uma vez que o número de partículas-teste é maior, o que contribui para uma determinação de b/a e c/a mais precisa. Embora a distribuição espacial dos corpos de prova produza inicialmente uma figura esférica há, como descrito no capítulo anterior, um período que precede o processo de simulação das órbitas onde deixamos todo o sistema relaxar, "acomodando-se" em seu potencial binário. Valores médios para as razões axiais inferiores a 1 para a região Central e para a região Intermediária refletem esta "acomodação". É importante destacar que a "acomodação" ao potencial não implica em inicialização incorreta. Uma vez que trabalhamos com um número total relativamente pequeno de corpos de prova, uma variação de 0.1 para a elipticidade pode ser esperada.

Para completar temos, nas figuras 15d e 16d, o comportamento do número total de partículas-teste, dentro de um raio total inicialmente fixado, em função do tempo. Não foi observada variação deste número ao longo de ambas as experiências, indicando que na ausência de interação entre as "galáxias" do par a configuração espacial deve pouco se alterar.

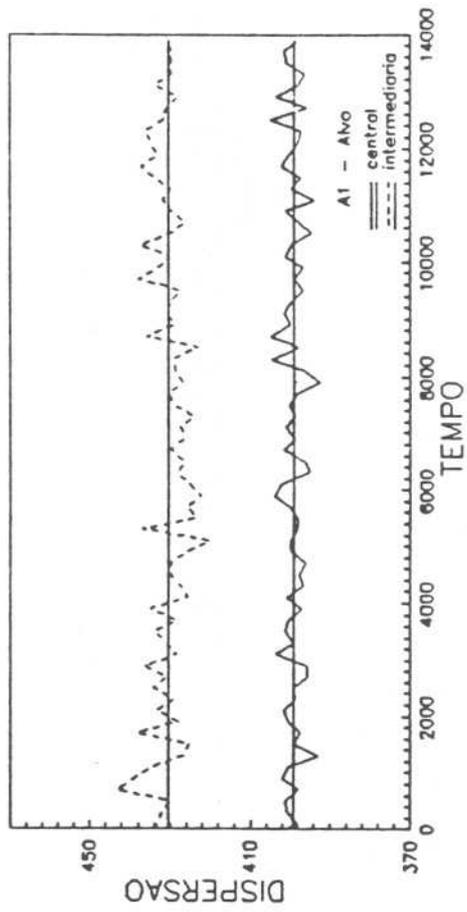


FIGURA 15a

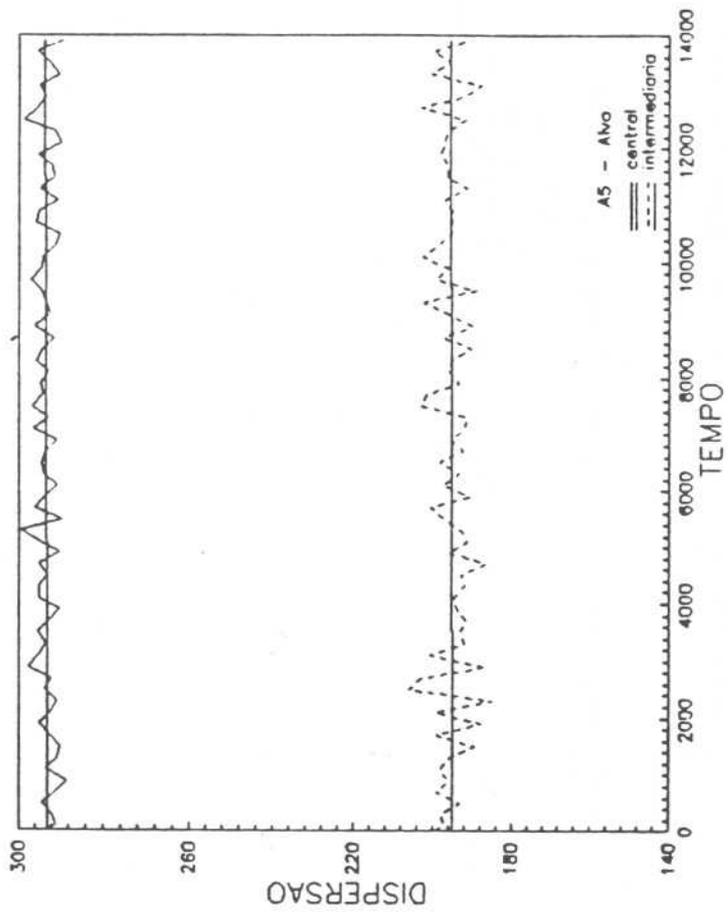


FIGURA 16a

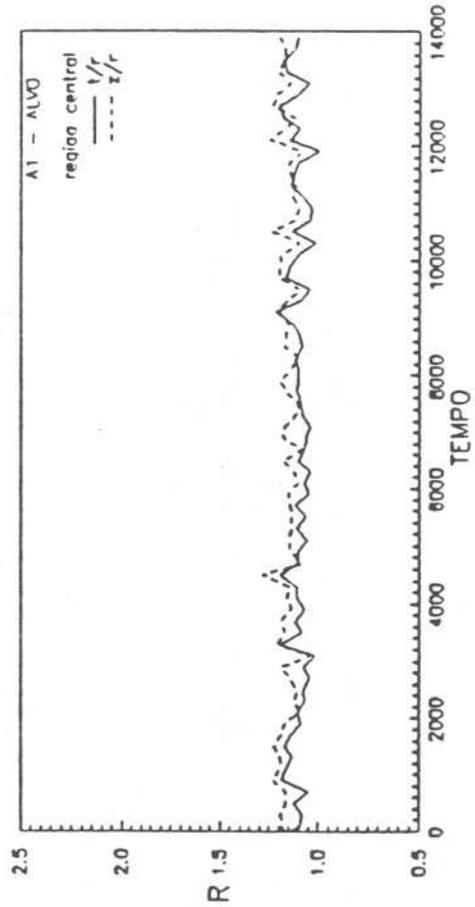
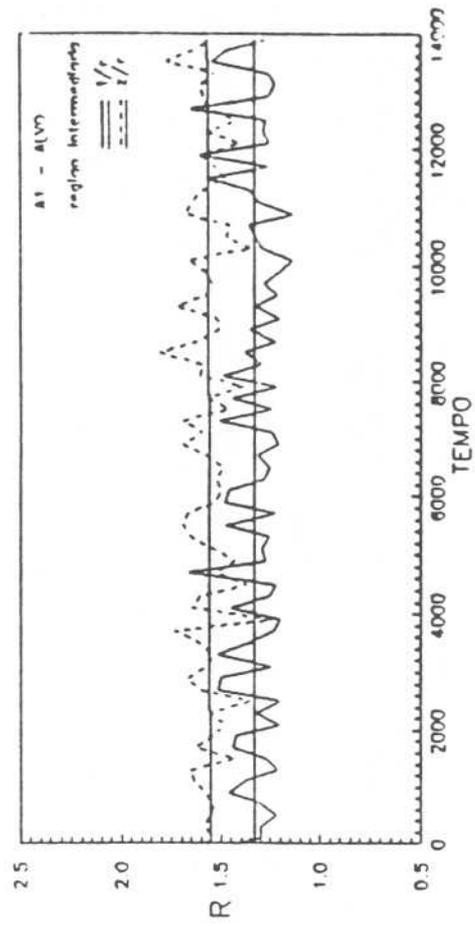


FIGURA 15b

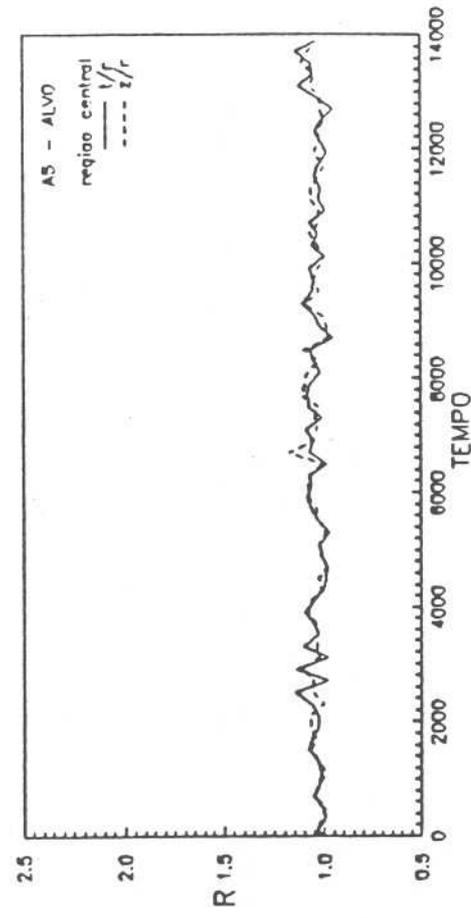
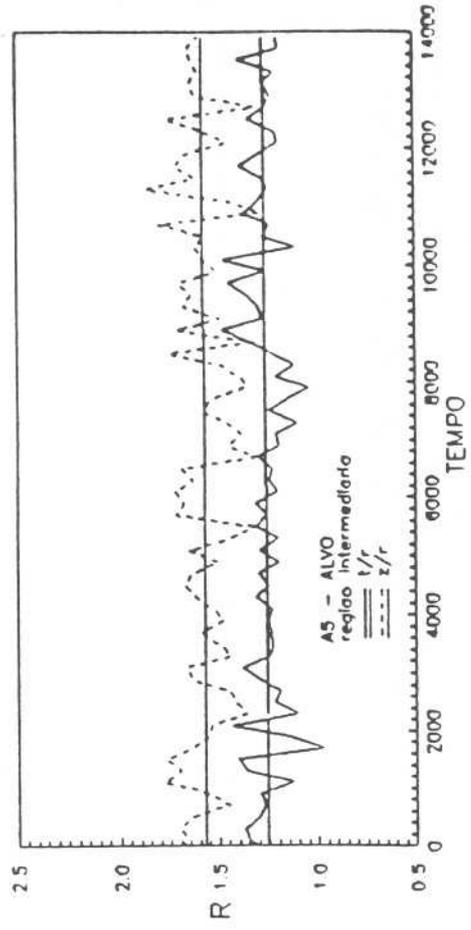


FIGURA 16b

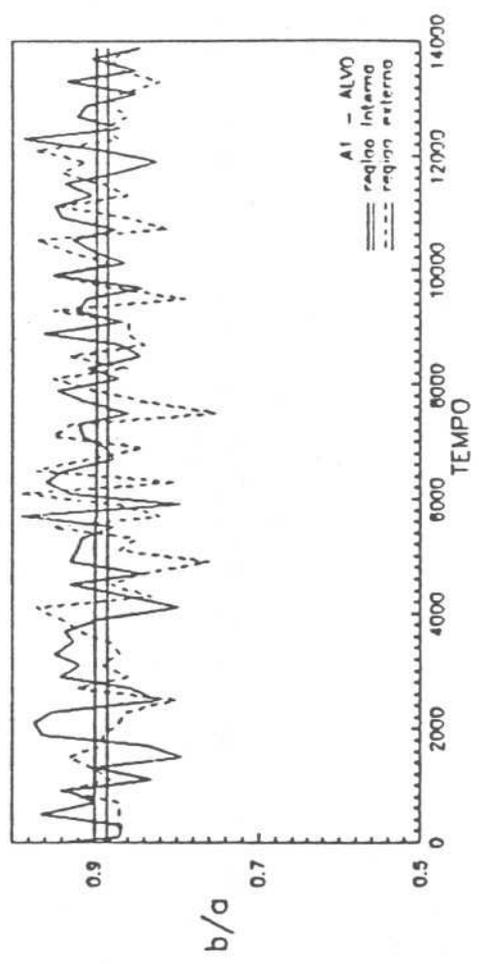
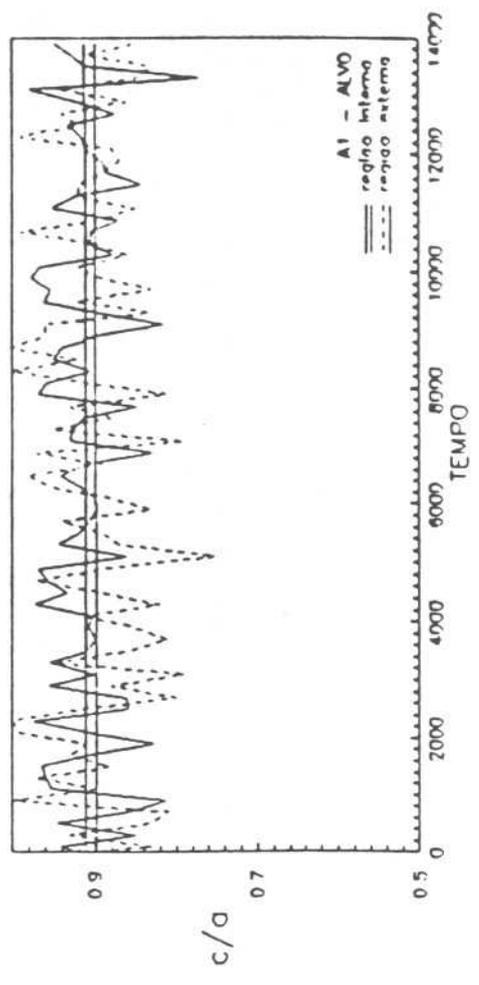


FIGURA 15c

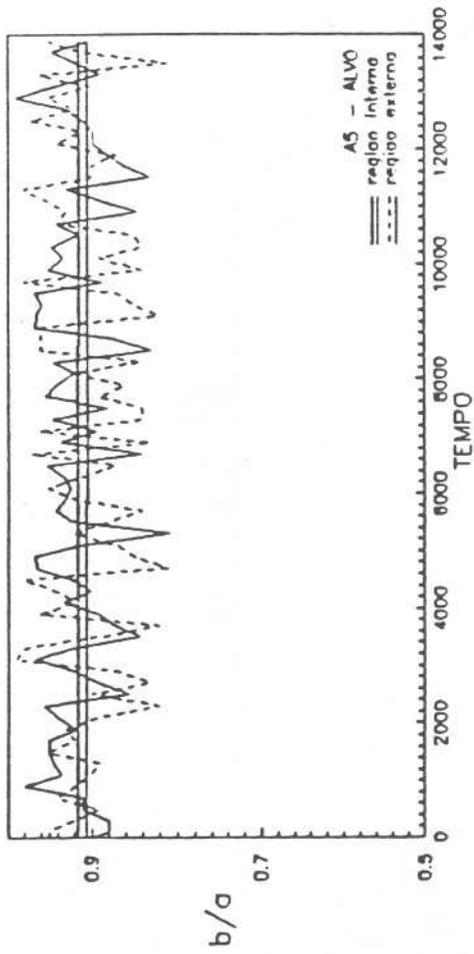
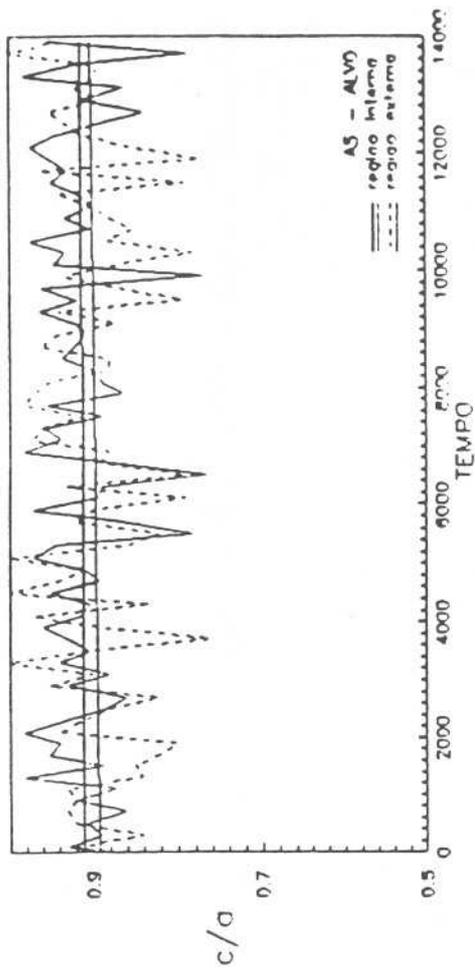


FIGURA 16c

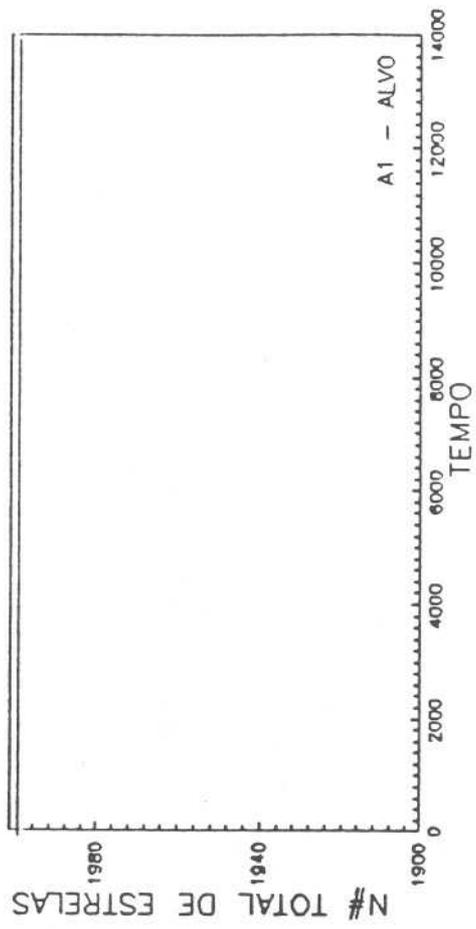


FIGURA 15d

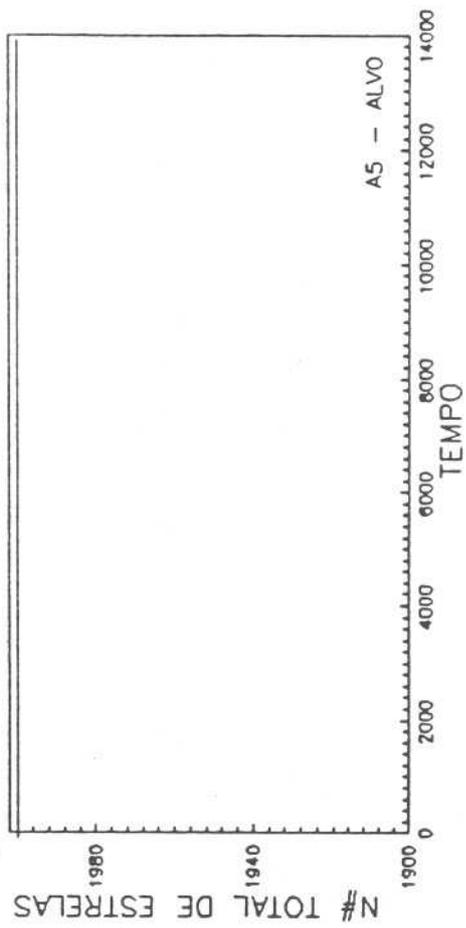


FIGURA 16d

Vamos agora à análise dos resultados de simulações de órbitas binárias onde ambas, Alvo e Intrusa, dispõem de massas totais diferentes de zero.

Os diagramas para a evolução da dispersão de velocidades "estelares" em função do tempo mostram que em órbitas binárias fechadas, quando não há contato físico direto entre as componentes do par, as dispersões de uma ou de ambas as "galáxias" pode aumentar (indicando aquecimento interno da "galáxia") em algumas condições específicas sem, contudo, apresentar um aumento significativo em qualquer das circunstâncias investigadas. A variação de σ com o tempo, em todos os diagramas, é relativamente marginal. Na região Central, em todas as experiências executadas, σ mantém-se aproximadamente constante com o tempo. O coeficiente angular das retas que ajustam as distribuições desta grandeza encontram-se entre 10^{-6} e 10^{-5} ($\text{Km s}^{-1} \text{ut}^{-1}$). O ruído associado a estas distribuições é menor do que o observado na região II, porque é na região I que se concentra 80% do número total de partículas-teste. Na região II obtemos a maior variação de σ , com acréscimos entre 0.91 Km/s e 11.67 Km/s, dependendo das condições iniciais, tais como massa de cada "galáxia", massa do halo escuro (se presente), raio do caroço do halo, distância pericêntrica e excentricidade orbital iniciais.

O comportamento da dispersão de velocidades "estelares" deve ser estudado considerando-se sub-grupos de experiências. São eles:

- Sub-grupo 1 - experiências A1, A2 e A6
- Sub-grupo 2 - experiências A3, A4 e A13
- Sub-grupo 3 - experiências A7, A8, A10 e A11
- Sub-grupo 4 - experiências A9 e A12
- Sub-grupo 5 - experiências A14 e A15
- Sub-grupo 6 - experiência A5

Para cada sub-grupo a distância pericêntrica (R_p) inicial é progressivamente menor, porém o raio do halo escuro, quando este está presente, é o mesmo em todos os experimentos. A distância R_p é imposta pela massa total do par e pela excentricidade orbital inicial.

No sub-grupo 1 as massas das "galáxias" Alvo e Intrusa são iguais ($1.2 \times 10^{12} M_{\odot}$ ou 60 u_m). Neste sub-conjunto ambas portam halo escuro com mesma massa. A dispersão de velocidades na região

Intermediária apresenta tendência de aumento com o tempo para o caso (exp. A2) em que o raio do caroço do halo ($a=6$ ud) é maior que o raio efetivo adotado (4 ud). No caso de ambas apresentarem o raio do caroço inferior ($a=2$ ud) ao raio efetivo (exp. A1), não se observa esta tendência de crescimento para σ , ou seja, a dispersão tem um comportamento aproximadamente linear com o tempo. Para a experiência A6, temos $a_1=2$ ud para a Alvo e $a_2=6$ ud para a Intrusa e, então, a tendência de aumento de σ com o tempo para a secundária, embora presente (cerca de 2 Km/s), é desprezível. O coeficiente angular da reta que ajusta a distribuição é 7×10^{-5} ($\text{Km s}^{-1} \text{ ut}^{-1}$).

Para o segundo sub-grupo as "galáxias" dispõem também da mesma massa ($5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ou 25 um), inferior, contudo, àquela do sub-grupo 1. Novamente adotamos diferentes valores para o raio do caroço. Em A3 o valor para a adotado foi 2 ud para ambas, Alvo e Intrusa. Em A4 $a=6$ ud, também para as duas "galáxias" e em A13 para a Alvo, adotamos 2 ud e para a Intrusa 6 ud. Embora para este sub-grupo a distância pericêntrica inicial seja inferior à do primeiro, observamos que o comportamento de σ com o tempo é extremamente monótono nas três experiências que o constituem. Não há tendência de aumento ou de diminuição para a dispersão nos diagramas. A interação entre as componentes da dupla é ineficiente para o aquecimento das regiões externas de ambas as "galáxias". Podemos supor que, com massas totais menores, a distância entre as galáxias da dupla deveria ser ainda menor para que algum efeito sobre as velocidades "estelares" fosse produzido.

Consideremos agora o sub-grupo 3. Em todas as experiências que compõem este sub-grupo a massa da Alvo (lembrando que a variação deste parâmetro é devida à variação na massa do halo escuro, já que tanto Alvo quanto Intrusa têm, em todos os experimentos, o mesmo valor para a massa luminosa, $M_L=1.2 \times 10^{11} M_{\odot}$ ou 6 um) é igual a $1.2 \times 10^{12} M_{\odot}$ (ou 60 um), enquanto que a massa da Intrusa é $5 \times 10^{11} M_{\odot}$ (ou 25 um). Para todas as quatro experiências deste sub-grupo a distância pericêntrica (R_p) iniciais são iguais (105.0 ud). Em ambas as experiências A7 e A8 observamos que, tendo a Alvo um raio do caroço do halo igual a 2 ud, e sendo esta a "galáxia" mais massiva do par, a ação estabilizadora do halo, no que tange à dispersão de velocidades "estelares", é mais evidente.

Sendo o raio do caroço, a , inferior ao raio efetivo, podemos notar que a componente escura domina o comportamento de σ para as estruturas galáticas simuladas, embora em A8 uma ligeira tendência de aumento de σ com o tempo esteja presente na região Intermediária da Intrusa, cujo raio do caroço do halo é 6 ud. Contrariamente, nas experiências A10 e A11, o raio do caroço do halo da Alvo é superior ao raio efetivo e novamente a tendência de aumento de σ com o tempo, na região Intermediária de ambas as "galáxias" do par, está presente. Na região Central, como já mencionado anteriormente, as distribuições apresentam um comportamento constante com o tempo, independentemente da variação do valor de a .

No sub-grupo 4 temos duas experiências onde uma das "galáxias" (a Alvo) dispõe da componente escura enquanto sua companheira é modelada apenas pela componente visível. A massa da Alvo é $1.2 \times 10^{12} M_{\odot}$ (ou 60 um) enquanto a da Intrusa é $1.2 \times 10^{11} M_{\odot}$ (ou 6 um), dez vezes menor, portanto. Como para os demais sub-grupos, as distâncias R_p são iguais e inferiores às do sub-grupo imediatamente anterior e o raio do caroço do halo escuro da Alvo varia. Em A9 $a=2$ ud e em A12 $a=6$ ud. Os diagramas para a dispersão de velocidades mostram uma ligeira tendência de aumento de σ com o tempo, proporcional ao valor de a . Assim, enquanto em A9 a dispersão tem um aumento de cerca de 3.55 Km/s, na região Intermediária o aumento é de 8.60 Km/s, em A12. Para a Intrusa observamos que a dispersão na região Intermediária decresce com o tempo. Isto ocorre porque o número de "estrelas" nesta região, cujo raio foi previamente estabelecido, diminui ligeiramente ao longo das iterações. Em outras palavras, a interação entre duas "galáxias", quando a razão de massas é da ordem de 10 e uma delas não apresenta a componente escura, produz uma difusão das órbitas "estelares" na companheira de menor massa. Em A9 o decréscimo na região Intermediária da Intrusa é de 15.32 Km/s e em A12 é de 16.27 Km/s, ambos dentro do intervalo de tempo estudado (igual em ambas as experiências). De fato, pode estar havendo aquecimento nas regiões mais externas da Intrusa, porém, como computamos a dispersão (que resulta da determinação de valores médios) em uma "concha" cujo raio é estabelecido no instante da inicialização, e nesta o número de corpos de prova diminui (a "galáxia"

expande-se), o que temos é a diminuição de σ .

Para o sub-grupo 5 temos, como no caso anterior, uma das "galáxias" apresentando a componente escura com, no entanto, menor massa e sua companheira desprovida desta componente. A diferença entre as experiências dos sub-grupos 4 e 5 reside no fato de, para o último, a massa da Alvo ser menor ($5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ou 25 um), o que reduz a razão de massas entre primária e secundária a 4.2. Os resultados obtidos com as experiências A14 e A15 são similares aos obtidos com as experiências A9 e A12 no que tange ao comportamento da dispersão na região Intermediária da Intrusa, isto é, há um decréscimo de 16.10 Km/s para A14 e de 21.52 Km/s para A15, motivados, igualmente, pela diminuição do número de "estrelas" na região em decorrência da difusão das órbitas "estelares" produzida pela interação entre Alvo e Intrusa. O comportamento da dispersão na região II da Alvo para este sub-grupo, no entanto, é mais monótono do que o observado nas experiências do sub-grupo 4. Aparentemente, com massas totais bem menores, a diminuição na distância pericêntrica inicial foi insuficiente para propiciar uma interação mais forte entre as "galáxias" do par que pudesse levar ao aquecimento de suas áreas mais externas. Permite, no entanto, a difusão das órbitas "estelares" da Intrusa sem interferir mais energeticamente com a estrutura da Alvo.

Para completar, temos o sub-grupo 6. As "galáxias" são, ambas, desprovidas da componente escura, e a distância pericêntrica, R_p , é inferior ao valor adotado em todas as demais experiências descritas. Isto é possível porque a massa total adotada para cada membro do par é consideravelmente menor. As dispersões na região Central e Intermediária de ambas, Alvo e Intrusa, apresentam comportamento aproximadamente constante com o tempo. A variação está entre 0.91 Km/s e 2.42 Km/s. Os resultados obtidos com esta experiência demonstram que a difusão das órbitas observada nas experiências anteriores é um efeito estrutural produzido pelas forças de maré em pares, pois em A5, embora ambas as "galáxias" do par não disponham de uma componente escura, a difusão das órbitas está presente.

Resumindo, os efeitos estruturais investigados a partir do comportamento de σ com o tempo, não são de grande intensidade, uma vez que, provavelmente, são induzidos por efeitos dinâmicos que,

como descritos no item anterior, na ausência de contato direto entre as companheiras, também não são robustos. De fato, forças de maré, insuficientes para levar à circularização de órbitas binárias, também o são para produzir o aquecimento das regiões externas das "galáxias" em proporções demasiado expressivas. Contudo, percebe-se que as características do modelo para galáxia elíptica adotado, resultante da combinação de duas componentes (visível e escura), influencia decididamente os resultados finais. Os parâmetros massa do halo, raio do caroço do halo e distância pericêntrica, combinados, e não cada um isolado, condicionam os resultados, sendo o segundo o de maior influência, pois permite evidenciar o domínio imposto pela componente escura à componente visível, em maior ou menor grau, dependendo de seu valor.

Os resultados obtidos para o comportamento das razões σ_t^2/σ_r^2 e σ_z^2/σ_r^2 ao longo das iterações, fornecem maior clareza às constatações descritas acima. Estes resultados são apresentados em diagramas para as mesmas experiências anteriormente descritas, e é conveniente, então, analisá-los para aqueles sub-grupos.

As razões de dispersão que fornecem o grau de anisotropia das distribuições de velocidades das "estrelas" de cada "galáxia" têm um comportamento aproximadamente constante com o tempo na região Central, em todas as experiências, refletindo os resultados obtidos para σ nesta região. Estas razões (σ_t^2/σ_r^2 e σ_z^2/σ_r^2), denominadas anisotropias tangencial e axial, respectivamente, por serem ambas superiores à unidade, apresentam, na região Central, valores que oscilam entre 1.05 e 1.20. Na região Intermediária os valores oscilam entre intervalos maiores (de 1.0 a 2.5), e o comportamento, freqüentemente, não é constante com o tempo. É importante destacar que no instante da inicialização as razões são da ordem da unidade, com no máximo variações da ordem de cinco centésimos, após a fase de "acomodação" dos sistemas, que precede a simulação numérica propriamente dita. Estas razões alteram-se ligeiramente, sendo que as maiores variações resultam do fato de

nestas regiões efetuarmos as estimativas sob um número bastante inferior de corpos de prova comparado ao número presente na região Central. As diferenças entre as dispersões tangencial e axial, como veremos a seguir, mostram que a segunda é superior a primeira, e ambas são superiores a σ_r^2 nos sistemas sujeitos às condições que optamos por estudar, indicando que nestas condições há uma preferência maior pela dispersão de velocidades ao longo de z. É o comportamento das anisotropias com o tempo que nos permite fazer as seguintes constatações:

Para o sub-grupo 1 verificamos que se o raio do caroço do halo escuro é inferior ao raio efetivo (A1), as anisotropias decrescem com o tempo, tendendo para a unidade e, conseqüentemente, para a completa estabilização do sistema. Contrariamente, quando $a=6$ ud (A2) a tendência é de aumento de ambas as anisotropias com o tempo. Em A6, onde combinamos estas duas condições, a tendência de queda em direção a unidade é mais evidente na Alvo do que na Intrusa.

O comportamento das anisotropias para o sub-grupo 2 repete aquele descrito para o sub-grupo 1, sendo, porém, menos acentuadas as diminuições e os acréscimos. Os valores iniciais são inferiores, refletindo, provavelmente, o fato de estes pares apresentarem massas menores.

Analisando as curvas obtidas para o sub-grupo 3, podemos verificar que em todos os experimentos a tendência é de ambas as anisotropias convergirem para um valor comum (igual a 1), inferior àquele inicial, sendo que σ_z^2/σ_r^2 diminui mais rapidamente para as experiências A10 e A11 na região Intermediária da Alvo. Para esta "galáxia" o valor da anisotropia axial é inicialmente superior àquele para a mesma componente da dupla nas experiências A7 e A8. Contribuem para esta diferença a quantidade de massa do halo escuro e o raio do caroço deste, superior ao raio efetivo.

Os resultados obtidos para os sub-grupos 4 e 5 podem ser avaliados conjuntamente. Nas experiências A9 e A12, assim como em A14 e A15, as "galáxias" que constituem os pares simulados possuem massas diferentes. Mais do que isto, a Alvo apresenta componente escura e a Intrusa não dispõe desta componente, o que nos leva a concluir que, a diferença entre os diagramas é a expressão deste fato. Em A9 e A12 as distribuições são igualmente ruidosas para a

Alvo e Intrusa, ruído este superior àquele obtido nas experiências anteriores. Para a Alvo a diferença entre σ_z^2/σ_r^2 e σ_t^2/σ_r^2 é superior a 1. Em A9 estas razões têm um decréscimo mais acentuado do que em A12, o que nos permite constatar que, se o raio do caroço do halo é inferior ao raio efetivo, a tendência de queda é mais acentuada. O sistema caminha para uma situação de estabilidade mais rapidamente sendo, contudo, importante observar que os valores iniciais das anisotropias, nestas condições, são superiores aos atingidos em outros experimentos. Para a Intrusa o comportamento das razões de dispersões quadráticas médias é bastante diverso. A diferença inicial entre as anisotropias é da ordem ou inferior a 0.2 e tendem rapidamente para um valor único atingido no decorrer do experimento. Analisando os resultados obtidos para A14 e A15 observamos que o comportamento das anisotropias repete o quadro descrito para A9 e A12. As diferenças surgem comparando-se os resultados de um sub-grupo com os do outro. As distribuições continuam ruidosas, sendo que para a Intrusa o ruído em A14 e em A15 é menor. Visto que a massa da "Alvo" nestas experiências é menor, menores são também os valores das anisotropias iniciais que induzem o mesmo comportamento na Intrusa. A diferença inicial entre σ_z^2/σ_r^2 e σ_t^2/σ_r^2 para a região Intermediária da Intrusa é, no entanto, maior em A14 e A15 do que em A9 e A12.

Comparando-se os resultados obtidos para a Alvo de A1 com aqueles obtidos para Alvo de A9, inicializadas com as mesmas condições iniciais, percebemos a influência causada sob a distribuição de velocidades "estelares" pelas interações com uma companheira de mesmas características e outra, de características inteiramente diversas. De forma análoga, comparando-se os diagramas para as anisotropias da Intrusa da experiência A9 com aqueles para a experiência A5 (para Alvo e Intrusa, uma vez que as condições iniciais das duas são iguais neste experimento), podemos também destacar a influência das interações mútuas e suas consequências para a distribuição das velocidades em estudo.

Ainda para A5, as anisotropias decrescem com o tempo, tendendo para 1, reproduzindo o comportamento obtido para A1, onde ambas as "galáxias" do par são dez vezes mais massivas. Em ambas as experiências a razão de massas é 1.

Outro parâmetro, cujo comportamento com o tempo poderia ser útil para a investigação de possíveis alterações nas estruturas "galácticas" decorrentes das interações gravitacionais mútuas em pares de galáxias, é a razão axial, determinada para os sistemas simulados nos planos X,Y (b/a) e X.Z (c/a).

Em todas as situações estudadas as "galáxias" simuladas são inicializadas esféricas, tanto a componente visível quanto a escura, sendo que as razões axiais são estimadas para a componente visível, uma vez que as partículas de prova traçam, essencialmente, a configuração espacial desta componente.

A análise da variação das razões axiais com o tempo pode também ser feita considerando-se os sub-grupos de experiências descritos anteriormente. Analogamente ao que ocorre com a determinação da dispersão de velocidades "estelares" e das anisotropias, as razões axiais são determinadas dentro de níveis de densidade estabelecidos na inicialização dos experimentos.

A comparação dos resultados obtidos para as diferentes experiências mostra que em todos os casos as razões b/a e c/a não variam fortemente com o tempo e apresentam, na maioria dos experimentos, um comportamento aproximadamente constante com este. Tal comportamento é demonstrado pela reta que ajusta as diversas distribuições para as regiões interna e externa de ambas as "galáxias" de cada par, nos dois planos considerados. Embora os ruídos associados a estas distribuições sejam elevados, o coeficiente angular das retas ajustadas é sempre inferior a 10^{-5} (ut^{-1}). Os objetos são inicializados com razões axiais entre 0.96 e 1.0, para ambos os planos em ambas as regiões pré-estabelecidas e, após a fase de "acomodação" do sistema, variam fortemente, dependendo das condições iniciais, mantendo-se, porém, os valores médios para b/a e c/a na região interna entre 0.90 e 0.95 e, para a região externa, entre 0.85 e 0.90.

Comparando-se o comportamento das razões axiais, obtidos com as experiências do sub-grupo 1, com aquelas para as experiências do sub-grupo 2, observamos que no plano X,Z há uma maior tendência de achatamento nas "galáxias" que constituem os pares do segundo sub-grupo. Este resultado pode ser explicado principalmente pelo fato de estes objetos apresentarem halos menos massivos. No plano X,Y o comportamento é, relativamente, mais monótono, e até mesmo

um ligeiro aumento de b/a com o tempo, a partir do valor inicial, é obtido em algumas experiências destes dois sug-grupos, coincidindo com aquelas experiências para as quais observa-se achatamento no plano X,Z.

O comportamento descrito acima repete-se para as experiências do sub-grupo 3 sem que fique clara, no entanto, a influência das diversas condições iniciais sobre os resultados. O fato de a razão de massas entre as componentes das binárias deste sub-grupo ser da ordem de 2.4 não acarreta alterações nas razões axiais que mereçam destaque. Alvo e Intrusa apresentam configurações espaciais robustas às deformações produzidas pelas interações gravitacionais mútuas. Novamente percebe-se uma ligeira tendência de achatamento, com a diminuição de c/a , enquanto b/a aumenta, embora nos pareça que este comportamento não está correlacionado com as condições iniciais (ver diagramas para a Alvo de A7 e para Alvo e Intrusa de A11). Mais precisamente, os resultados não mostram correlação entre possíveis achatamentos nos planos estudados e o valor adotado para o raio do caroço dos halos simulados.

A variação de b/a e c/a , com o tempo, obtida para as experiências A9, A12, A14 e A15 (sub-grupos 4 e 5) não reflete o fato de os pares simulados nestes testes constituírem-se de uma "galáxia" composta por duas componentes (visível + escura) e a outra por apenas uma (visível), onde as razões de massas são 10 (para A9 e A12) e 4.2 (para A14 e A15). Os resultados não diferem significativamente daqueles obtidos para binárias onde a razão de massas é 1. De fato, diferenças, se presentes, devem ser sutis e estarem submersas no ruído que acompanha as estimativas de razão axial.

Para a experiência A5 destaca-se o fato de as distribuições apresentarem-se fortemente constantes com o tempo, indicando que as combinações de condições iniciais efetuadas, tais como distância pericêntrica e massa total da binária, não favorecem interações que propiciem deformações apreciáveis.

Enfim, os resultados parecem indicar que alterações morfológicas como o achatamento de galáxias elípticas, decorrentes da ação de forças de maré sob a estrutura das "galáxias" em pares em órbitas fechadas, onde não ocorre o contato direto entre as partes externas dos objetos, não são evidentes. A variação de b/a

e c/a com o tempo, em todas as experiências, não reflete a difusão das órbitas "estelares" percebida nos diagramas para a variação do número total de corpos de prova em um raio fixo, ao longo das iterações, como veremos a seguir. De fato, esta difusão deve se dar, aproximadamente, em todas as direções, de modo a não se tornar aparente nos gráficos de razão axial. É possível também que este efeito fique, nestes gráficos, mascarado pelo ruído associado à determinação das razões axiais.

A difusão das órbitas "estelares" detectada em todas as "galáxias" de cada par, em maior ou menor intensidade, dependendo das condições iniciais, é o principal efeito estrutural induzido pelos efeitos dinâmicos decorrentes da ação das forças de maré, presente nas interações gravitacionais dos diversos pares estudados. Esta difusão é gradativa e coincide com a passagem da dupla pelo periastro da órbita binária. No caso das experiências selecionadas para exemplificar os resultados globais, a difusão das órbitas "estelares" no instante da passagem pelo periastro não fica perfeitamente evidenciado porque os pares destas experiências executam, ao longo do intervalo de tempo estudado, um número grande de períodos orbitais. Em outras palavras, há um grande número de passagens pelo periastro, porém nas figuras fica evidente apenas a difusão gradativa, que não se destaca em instantes específicos.

Os diagramas onde temos o número total de "estrelas" em função do tempo para Alvo e Intrusa nas experiências A9, B9, C9 e D9, cujas excentricidades iniciais são 0.3, 0.5, 0.7 e 0.9, respectivamente, confirmam esta conclusão, mostrando que a intensidade deste efeito é inversamente proporcional à excentricidade inicial.

As demais figuras (apresentadas no apêndice I) para as experiências de A1 a A15 corroboram inteiramente as seguintes constatações:

O raio do caroço do halo é de importância decisiva para o

fenômeno de difusão das órbitas "estelares" das "galáxias". Para as experiências onde o halo escuro de ambas as componentes da dupla é mais denso (exp. A1, A2 e A6) se a for igual a 6 ud, portanto maior que o raio efetivo, o efeito é menor. Os resultados para a experiência A6 o demonstram mais claramente.

No caso de halos menos densos (exp. A3, A4 e A13), também para ambas as "galáxias" do par, este comportamento é menos evidente, mas continua presente. Os resultados para A13 o confirmam.

Os resultados obtidos para A7, A8, A10 e A11, onde combinamos em pares objetos de massas diferentes, também demonstram a importância do valor adotado para o raio do caroço do halo deixando evidente, no entanto, que a massa do halo também contribui. A Intrusa, de menor massa, apresenta uma difusão ligeiramente maior. As experiências A9 e A12 fornecem resultados inequívocos de que em pares de diferentes massas, onde uma das "galáxias" não apresenta a componente escura, é esta que apresentará maior difusão das órbitas sendo este efeito ainda mais expressivo se sua companheira apresenta um halo com o raio do caroço igual a 6 ud (exp. A12). Comparando-se novamente as experiências A9 e A12 torna-se evidente a influência do modelo adotado para representar a componente escura. Em A14 e A15 repete-se o resultado obtido com A9 e A12, sendo que, como nestas duas experiências (A14 e A15), o halo da Alvo é menos massivo, também é menos intensa a difusão na Intrusa destes pares.

Concluindo, os efeitos estruturais fazem-se presentes na difusão das órbitas "estelares" das "galáxias" de menor massa no par; são pouco percebidos na dispersão de velocidades estelares (que indicaria o aquecimento das "galáxias") e, conseqüentemente, no comportamento das anisotropias, e não encontram praticamente nenhuma expressão na forma de alterações morfológicas, como o achatamento.

V. MASSA E RAZÃO MASSA-LUMINOSIDADE

O estudo da dinâmica de sistemas binários de galáxias para a determinação de massas galáticas, em geral, é feito a partir de uma análise estatística dos dados de uma amostra de pares. Desta forma almeja-se considerar adequadamente os efeitos de projeção, uma vez que, para estes sistemas, dispõe-se, observacionalmente (como já mencionado nos capítulos I e II), apenas da diferença de velocidades radiais e da separação linear projetada entre as componentes da dupla. Amostras são selecionadas com a aplicação de critérios de seleção que devem, principalmente, evitar a contaminação por pares ópticos resultantes de efeitos de projeção, e garantir que a binária esteja de fato isolada, não sendo, portanto, membro de um grupo maior ou de um aglomerado. Esta segunda condição é essencial quando se trabalha com equações para sistemas de 2-corpos, as quais, até o momento, vêm sendo adotadas. Modela-se, então, as componentes do par por massas pontuais e como consequência obtém-se um limite superior para a massa das galáxias. Objetivamos neste capítulo determinar em quanto pode ser superestimada a massa média para galáxias em uma amostra comparando os resultados obtidos com uma modelagem deste tipo com aqueles obtidos quando a estrutura das galáxias é considerada.

1. ESTIMATIVAS DE MASSAS E COMPARAÇÕES

Em *Pacheco e Junqueira (1988)*, apresentamos um método estatístico para a determinação de massas de galáxias a partir de uma amostra de pares rigorosamente selecionada, cuja hipótese fundamental está baseada na descrição da interação das galáxias, supostas massas pontuais, através de órbitas elípticas. O método é sucintamente descrito abaixo e uma comparação entre os resultados obtidos com sua aplicação (para uma amostra de 46 pares de E-E) com aqueles decorrentes das simulações numéricas descritas nos capítulos anteriores é apresentada.

A aproximação de massas pontuais possibilita uma solução exata para as equações de movimento e uma definição adequada dos parâmetros orbitais, tais como argumento do periastro, inclinação

da órbita em relação ao plano do céu, etc. Dentro da filosofia desenvolvida procura-se extrair informações de todos os elementos da amostra evitando-se, assim, tomar-se apenas as médias globais das grandezas dinâmicas envolvidas.

Considerando-se duas galáxias como massas pontuais interagindo através de um potencial Kepleriano, pode-se definir a quantidade dinâmica $q = V_{\alpha}^2 r_p$, onde V_{α} é a diferença de velocidades radiais das componentes do par e r_p a separação linear projetada entre estas galáxias tal que

$$q = G (M_1 + M_2) F(\theta, i, \omega, e) \quad \text{V.1.1}$$

onde M_1 e M_2 são as massas das galáxias, G é a constante gravitacional e $F(\theta, i, \omega, e)$ é uma função que caracteriza as propriedades da órbita. θ é o ângulo de fase orbital; i , o ângulo de inclinação do plano orbital em relação a linha de visada; ω , a longitude do periastro e e a excentricidade orbital. Consideram-se para este estudo apenas órbitas fechadas.

Admitindo-se, em primeira aproximação, que a massa de uma galáxia é proporcional à sua luminosidade pode-se escrever

$$M_1 = f L_1 \quad \text{V.1.2}$$

onde f representa uma razão massa-luminosidade média sob toda a galáxia. Com esta aproximação pode-se reescrever a equação (V.1.1):

$$\log q = \log f + \log (GLF) \quad \text{V.1.3}$$

onde L é a luminosidade total da binária. Se a equação (V.1.3) representa razoavelmente bem a realidade, a distribuição de frequência de $\log q$ deve refletir a distribuição de frequência de $\log (GLF)$, a menos de um fator de escala ($\log f$). A distribuição de frequência de $\log q$ de fato reflete a distribuição de valores assumidos pela função F ponderada pela distribuição de massa ou,

mais propriamente, (de acordo com a eq. V.1.2) pela distribuição de luminosidade das galáxias da amostra analisada. Se consideramos órbitas elípticas F é dada por (Junqueira, 1986):

$$F = \frac{\text{sen}^2 i (\cos\theta + e \text{sen}\omega)^2 (1 - \text{sen}^2\theta \text{sen}^2 i)^{1/2}}{[1 + e \cos(\theta - \omega)]} . \quad \text{V.1.4}$$

No caso particular de órbitas circulares ($e=0$) F é função apenas de θ e i . Supondo-se que, no caso de órbitas elípticas, estas órbitas preencha todo o espaço de fase (Schweizer, 1987; Soares, 1989), a distribuição de excentricidades orbitais pode ser dada pela lei de probabilidades

$$P(e)de = 2ede . \quad \text{V.1.5}$$

Sabe-se que para uma órbita elíptica θ não é uma variável independente, pois há uma maior probabilidade de encontrarmos galáxias no apoastro do que no periastro, assim, aplicando-se a lei das áreas temos que a probabilidade para θ é dada por (Pacheco e Junqueira, 1988):

$$P(\theta)d\theta = \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{2\pi [1 + e \cos(\theta - \omega)]^2} d\theta . \quad \text{V.1.6}$$

Se a órbita é circular θ obedece a uma distribuição uniforme.

Por fim, admitindo-se que as variáveis aleatórias ω e i distribuam-se ao acaso, isto é, variem entre os intervalos $0 \leq \omega \leq 2\pi$ e $0 \leq \text{cos} i \leq 1$ podemos, com o uso de técnicas de Monte Carlo, simular a distribuição de frequência da quantidade \log (GLF), obtendo duas distribuições distintas desta quantidade, uma para órbitas circulares e outra para órbitas elípticas. Em Pacheco e Junqueira (1988), o método descrito foi aplicado a uma amostra de 233 pares, preparada com base na lista de velocidades radiais de binárias compilada por Picchio e Tanzella Nitti (1985).

No presente estudo fazemos uso de uma amostra de 46 pares de galáxias elípticas selecionada a partir de uma lista elaborada por *Demin* (1988). O autor fornece em sua lista a magnitude absoluta (M_B), a velocidade radial e a separação linear projetada, entre outros dados, para todos os 92 objetos. Com base nestas informações determinamos a distribuição de frequência de $\log q$. Determinamos, também, conhecidas as luminosidades das galáxias, a distribuição de frequência da quantidade $\log (GLF)$ para órbitas elípticas e circulares a partir do procedimento descrito acima. No caso de órbitas elípticas o cálculo da função F é feito utilizando-se a distribuição de probabilidades dada pela equação (V.1.5) para a excentricidade, e aquela dada pela equação (V.1.6) para a fase orbital. Para órbitas circulares calculamos F também por meio da equação (V.1.4), fazendo-se $e=0$. Estes cálculos fornecem a massa média de um par na amostra, considerando-se as galáxias que compõe cada par modeladas por massas pontuais. Podemos avaliar em quanto a aproximação de massas pontuais superestima a massa média de um par, comparando os resultados obtidos com os cálculos citados acima com aqueles decorrentes das simulações numéricas realizadas, onde consideramos a estrutura das galáxias. Ao considerar as estruturas estamos tornando os cálculos mais realistas e estamos, também, computando a influência das forças de maré sobre a dinâmica dos pares. Para completar as comparações efetuamos, ainda, o cálculo da massa média galáctica pelo procedimento de média simples. O procedimento seguido, com o intuito de se considerar a estrutura das galáxias, é descrito a seguir.

Utilizando os resultados obtidos com as 180 experiências numéricas realizadas, construímos amostras simuladas a partir da combinação de experiências com mesmos parâmetros iniciais, porém diferentes excentricidades iniciais (por exemplo, as experiências A1, B1, C1 e D1 cujos parâmetros iniciais são apresentados nas tabelas II, III ou IV do capítulo III). A combinação de cada quatro experiências, fornecendo uma amostra simulada, foi feita obedecendo-se a distribuição de excentricidades dada pela equação (V.1.5).

Elaboradas as amostras simuladas, determinamos para estas a distribuição de frequência da quantidade $\log q'$, onde $q'=V^2R$,

sendo V a velocidade orbital e R a separação real entre os objetos (dados aos quais temos acesso em nossas simulações). V^2R é a quantidade dinâmica intrínseca que fornece a massa total do sistema pois, $V^2R = G(M_1 + M_2)$. Esta quantidade q' relaciona-se com a quantidade dinâmica observada, definida acima, da seguinte maneira:

$$V^2R = \frac{V^2 r_p}{F(\theta, i, \omega, e)}$$

Para compararmos a distribuição de $\log q'$ com a distribuição de $\log q$ observada e com as distribuições para $\log (GLF)$ obtidas considerando-se as galáxias como massas pontuais devemos reescrever q' , tal que

$$q' = V^2R \cdot F(\theta, i, \omega, e).$$

Em nossas simulações de órbitas binárias temos acesso ao ângulo de fase (θ) e à excentricidade (e) orbitais. Os ângulos envolvidos com a orientação do par em relação a linha de visada, isto é, o ângulo de inclinação do plano orbital (i) e a longitude do periastro (ω) podem ser considerados distribuídos ao acaso. Para cada das 90 amostras elaboradas calculamos a distribuição de frequência da $\log q'$. Com a aplicação do teste χ^2 selecionamos a amostra simulada que melhor ajusta os dados observados e, conseqüentemente, obtivemos uma estimativa para a massa média de um par de galáxia na amostra observada. Como dispomos, para a amostra observada, da mediana da distribuição de luminosidades dos pares ($9.3 \times 10^{10} L_{\odot}$), estimamos também a razão massa-luminosidade.

A figura 17a abaixo apresenta a distribuição de frequência de $\log q$ (pontos com barras de erro) e a distribuição de frequência de $\log q'$ (curva contínua superposta aos pontos) para a amostra simulada que fornece melhor ajuste aos dados observados. Tal amostra simulada resulta da combinação das experiências A13, B13, C13 e D13 (tabela II, capítulo II). Nestas experiências a massa de cada "galáxia" é 25 ± 9 um (ou $5.0 \times 10^{11} \pm 1.8 \times 10^{11} M_{\odot}$). Ambas, primária e secundária, apresentam componente escura cujo raio é

40 ud (ou 20 Kpc), isto é, cerca de 1.5 vezes o raio visível e a distância pericêntrica inicial é $R_p = 110$ ud (ou 55 Kpc).

É importante observar que a metodologia (descrita acima e apresentada anteriormente em *Junqueira* (1986)) empregada para comparação da amostra observada com amostras simuladas, isto é, a utilização de distribuições de frequência da quantidade dinâmica observada ($V_{\phi}^2 r_p$) e da quantidade dinâmica intrínseca ($V^2 R$), minimiza os erros introduzidos na estimativa de massas pela inclusão de pares espúrios na amostra. Tais sistemas tendem a localizar-se nas extremidades da distribuição de $\log q$, influenciando minimamente as estimativas, enquanto que os pares físicos, localizando-se no máximo da distribuição, fornecem a maior contribuição. Em outras palavras este procedimento permite ponderar as informações extraídas de cada elemento da amostra minimizando os efeitos negativos que possam ter sido introduzidos pelos critérios de seleção adotados para sua elaboração.

A tabela I abaixo apresenta as estimativas obtidas para a massa de galáxias da amostra observada com a aplicação de diferentes metodologias. Na coluna 1 temos o procedimento empregado; na coluna 2, a estimativa para a massa em unidades de massas solares e na coluna 3, a razão massa-luminosidade em unidades solares. Os valores obtidos, com a aproximação pontual, para as massas foram alcançados considerando-se a mediana da distribuição de luminosidade da amostra observada. Para compatibilizar os resultados, os valores obtidos para a razão M/L, com as simulações numéricas, foram também determinados considerando-se a mesma mediana para a distribuição de luminosidades. A razão M/L, determinada para o procedimento de média simples, foi feita tomando-se a luminosidade média do par na amostra observada ($\langle L_{\text{par}} \rangle = 1.7 \times 10^{11} L_{\odot}$).

TABELA I

MÉTODO		$\langle M_{\text{par}} \rangle$	$\langle M/L \rangle$
Média simples		$1.6 \times 10^{12} \pm 8.3 \times 10^{11}$	9.2 ± 4.8
Massas pontuais	órbita circular	$6.9 \times 10^{11} \pm 5.4 \times 10^{11}$	7.5 ± 5.8
	órbita elíptica	$1.6 \times 10^{12} \pm 1.3 \times 10^{12}$	17.8 ± 13.8
Simulação numérica	órbita elíptica	$1.0 \times 10^{12} \pm 3.2 \times 10^{11}$	10.8 ± 3.5

. Resultados obtidos com o emprego de diferentes métodos para a determinação de massas de galáxias em sistemas binários

Analisando a amostra simulada, fornecedora do melhor ajuste aos dados, observamos que a separação entre as galáxias do par deve ser pequena no instante de máxima aproximação e que o raio da componente escura não deve ir muito além daquele da componente visível. Galáxias com características similares devem compor as duplas. Nossos resultados indicam que a quantidade de massa adicional, na forma de uma componente escura, necessária para reproduzir a dinâmica dos pares observados, não deve ser muito grande. De fato, considerando-se a mediana da distribuição de luminosidade da amostra real, obtemos um valor estimado para a razão M/L da ordem de 10.8 ± 3.5 .

No capítulo III (item 3) descrevemos o procedimento utilizado para simular a estrutura de galáxias elípticas e informamos que no modelo adotado a componente luminosa tem massa igual a 6 um (ou $1.2 \times 10^{11} M_{\odot}$), o que implica em uma luminosidade da ordem de $1.5 \times 10^{10} L_{\odot}$, se admitimos que a razão M_L/L é aproximadamente igual a 8. Comparando o valor para L com aquele deduzido para a mediana da distribuição de luminosidade observada notamos que este valor é inferior ao da amostra. Realizamos, então, experimentos adicionais mantendo a razão M_L/L aproximadamente igual a 8, determinamos novo valor para a massa da componente luminosa. Mantivemos, ainda, o valor da massa total de cada galáxia e, conseqüentemente, do par, modificando para tal, a razão entre as massas das componentes luminosa e escura. Os resultados destas experiências apontam,

novamente, a amostra simulada resultante da combinação das experiências A13, B13, C13 e D13 (tabela II, capítulo III) como a que melhor ajusta os dados observados, indicando que o parâmetro decisivo para a evolução dinâmica dos pares é a massa total de cada galáxia e, conseqüentemente, do sistema binário, e não a razão de massas entre as componentes visível e escura. Em outras palavras, o estudo da dinâmica de sistemas binários fornece, como esperado, uma estimativa global de toda a massa do par, independentemente de como esta quantidade está distribuída entre os membros da dupla ou entre as componentes de cada galáxia. A figura 17b apresenta, novamente, a comparação entre as distribuições de $\log q$ (observada) e $\log q'$, agora recalculada.

Analisando os valores constantes da tabela I acima, verificamos que o valor determinado com o modelo de massas pontuais e órbita circular subestima o valor provável da massa. Por outro lado, aquele obtido com o mesmo modelo, porém para órbita elíptica, aproxima-se do determinado com o procedimento de média simples (como sabemos, um limite superior para a estimativa da massa) sendo, contudo, ambos superiores à previsão alcançada com os experimentos numéricos. A pequena diferença entre o resultado obtido com média simples e aquele decorrente das simulações resulta, provavelmente, do fato de a amostra analisada apresentar um número bastante expressivo de pares verdadeiros e isolados, isto é, de não estar a amostra comprometida por forte contaminação por pares óticos ou não isolados.

Os valores obtidos para a razão M/L , em que pese o fato de o primeiro ter sido determinado utilizando-se a média da luminosidade, e não a mediana, como para as demais razões tabeladas, encontram-se (principalmente aquele alcançado a partir das experiências numéricas) no mesmo intervalo que, mais recentemente, vem se obtendo em outros estudos para objetos com esta morfologia (Karachentsev, 1990; Demin, 1988). Tal constatação confirma as indicações de que halos escuros, se presentes, não devem acrescentar uma quantidade muito superior à massa total do sistema que aquela da componente visível.

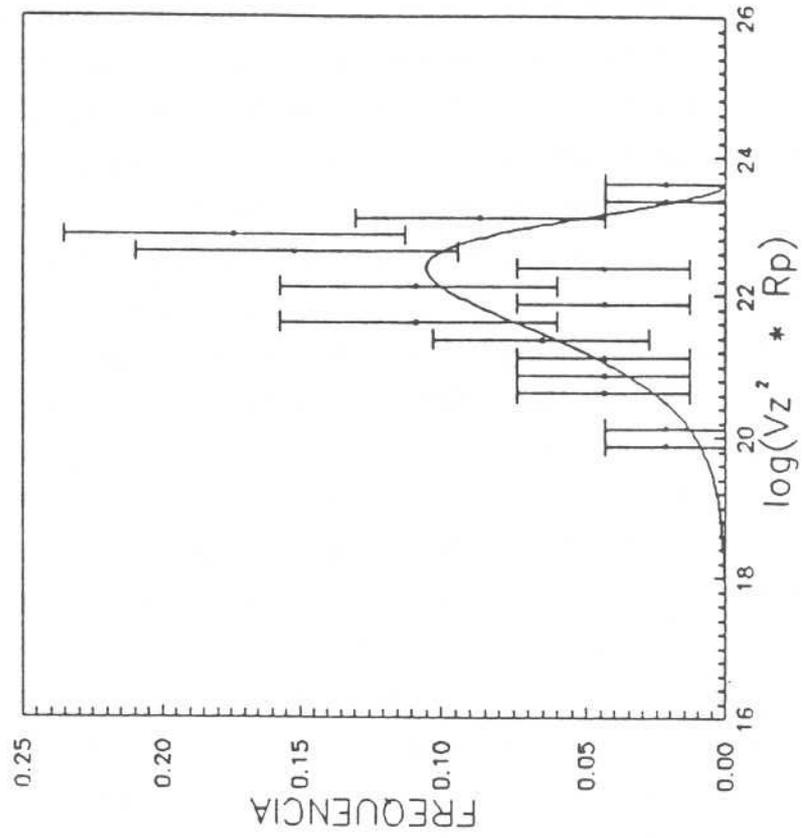


FIGURA 17a

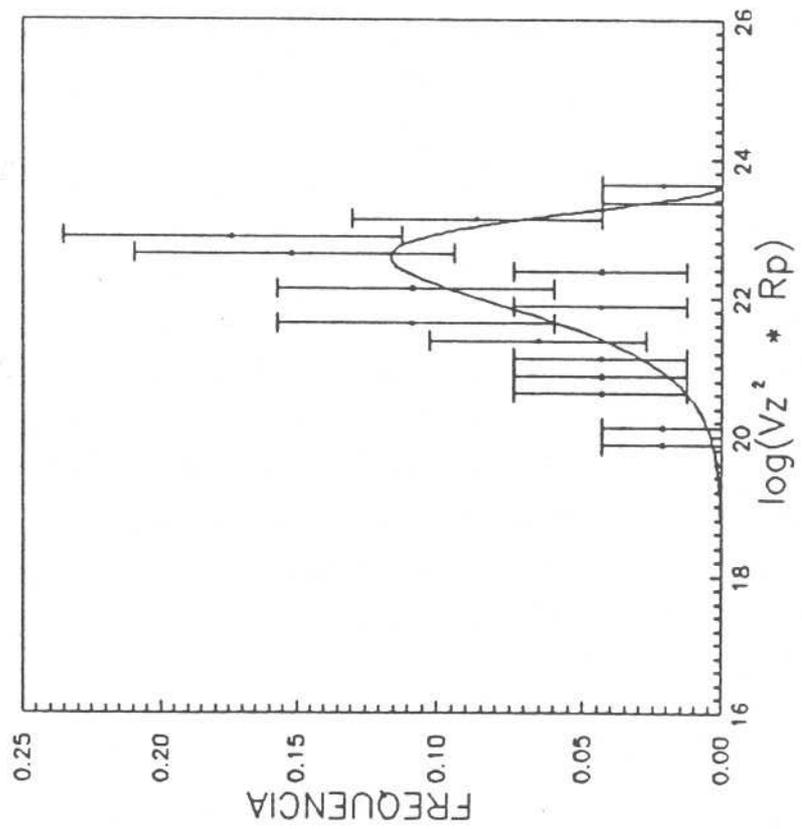


FIGURA 17b

VI. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

As conclusões a cerca das influências das forças de maré sobre galáxias em sistemas binários, investigadas no presente estudo, podem ser apresentadas considerando-se três itens: alterações dinâmicas (onde se destacam os resultados obtidos de maior interesse), alterações estruturais (menos evidentes) e estimativa da massa e razão M/L (o objetivo principal).

Primeiramente, porém, é necessário incluir entre as principais conclusões deste estudo, considerações acerca do método de simulação utilizado. Como detalhadamente descrito no capítulo III, com a adoção de um código numérico de 3-corpos, o potencial gravitacional de interação entre as "galáxias" não varia com o tempo. Em outras palavras, é determinado a partir das distribuições iniciais de densidade e permanece fixo ao longo das iterações. Se o potencial não permanecesse inalterado, mas fosse recalculado a cada interação, como no caso de códigos de N-corpos, possivelmente o ruído observado nas distribuições das grandezas analisadas (dispersão, razão axial e etc.) seria consideravelmente reduzido. Esta é uma restrição do método utilizado e os resultados devem ser considerados tendo-a em vista. Futuramente porém, cuidaremos de remove-la aperfeiçoando a metodologia desenvolvida.

A seguir, as principais conclusões alcançadas:

1. Os efeitos dinâmicos se manifestam essencialmente na circularização das órbitas, com a diminuição gradativa da excentricidade orbital. Uma análise comparativa dos valores determinados para o tempo de circularização indica que, para sistemas que não estão em contato direto, embora encontrem-se em órbitas fechadas, t_c é superior ao tempo de Hubble, de modo que pares nestas condições não teriam ainda circularizado suas órbitas.

2. Efeitos de maré, por si só, não são suficientes para levar duas galáxias em órbita inicialmente elíptica a atingir uma órbita circular. Condições adicionais, que permitam algum contato entre

as regiões mais externas das galáxias sem que com isto ocorra a fusão imediata, são necessárias.

3. t_c depende da massa total do sistema, da excentricidade orbital e da separação pericêntrica iniciais conforme:

$$t_c \propto \frac{R_p^{2.90} e^{1.99}}{M_T^{0.98}}$$

4. Os efeitos estruturais fazem-se presentes no "inchaço" das "galáxias" quem têm seu raio inicial ampliado, são pouco percebidos na dispersão de velocidades estelares e, conseqüentemente, no comportamento das anisotropias e não encontram, praticamente, nenhuma expressão na forma de alterações morfológicas, como o achatamento.

5. A difusão das órbitas "estelares" na região externa de uma das galáxias do par, principal efeito estrutural detectado, ocorre quando sua companheira apresenta um halo mais massivo. Este efeito é maior quanto menor for a distância entre a dupla, no instante da passagem pelo periastro.

6. O raio do caroço do halo é de importância decisiva para o fenômeno de difusão das órbitas "estelares" das "galáxias". Para as experiências onde o halo escuro de ambas as componentes da dupla é mais denso se o raio do caroço for menor que o raio efetivo, o efeito será maior.

7. A massa, para um par de galáxias, determinada a partir da comparação de uma amostra observada de 46 pares de galáxias elípticas com amostras simuladas, onde levamos em conta a estrutura das galáxias, foi de $1.0 \times 10^{12} \pm 3.2 \times 10^{11} M_{\odot}$ com uma razão $M/L = 10.8 \pm 3.5$.

8. O modelo de massas pontuais, aplicado a uma amostra corretamente selecionada, pode superestimar em até,

aproximadamente, duas vezes a massa total do sistema, fornecendo resultados da mesma ordem daqueles atingidos quando se utiliza o procedimento de média simples. Se a amostra apresentar uma alta contaminação por sistemas espúrios este fator pode aumentar consideravelmente.

PERSPECTIVAS FUTURAS

A construção de modelos para galáxias espirais pode ser um dos primeiros passos no prosseguimento do presente estudo. A partir destes modelos, ainda aplicando a metodologia descrita aqui, poderemos investigar a influência das forças de maré em sistemas binários híbridos constituídos por elípticas e espirais, completando as estimativas de massas obtidas.

Posteriormente, o método numérico desenvolvido pode ser aperfeiçoado para permitir simular sistemas em contato cujas regiões externas se superpõem. Nestas condições, a distribuição de densidade da componente escura e, eventualmente, também da luminosa, pode variar com o tempo e o potencial gravitacional gerado por ambas deve ser recalculado a cada iteração. Tal aperfeiçoamento é que permitirá que o estudo de pares em contato e uma variedade de aspectos relativos a esta possibilidade sejam investigados.

Adicionalmente, podemos utilizar códigos de simulação numérica de 3-corpos para investigar outros sistemas astrofísicos. Por exemplo, encontros entre estrelas binárias e uma terceira estrela têm um importante papel na evolução dinâmica de aglomerados estelares. Além disto, encontros entre estes sistemas e buracos negros massivos podem fornecer importantes informações acerca da presença de tais estruturas na Galáxia. De acordo com *Hills* (1989), experimentos numéricos são, também, cruciais para entender casos onde a massas das três estrelas não são iguais.

Interações entre o Sistema Solar e a nuvem de cometas de Oort podem ser simuladas com a aplicação de códigos numéricos como o que desenvolvemos. Conseqüentemente, estimativas da distribuição dos elementos orbitais para aqueles cometas que se tornam observáveis podem ser obtidas.

BIBLIOGRAFIA

- Ashman, K. M. 1991. AIP Conf. 222, After the First Three Minutes, ed. S. Holt et al. (New York, AIP) p.381.
- Ashman, K. M. 1992. P.A.S.P. 104:1109.
- Athanassoula, E., Bosma, A., Papaioannou, S. 1987. A&A. 179:23.
- Bahcall, J. N., Casertano, S. 1985. Ap. J. Lett. 293:L7.
- Balcells, M. Borne, K. D., Hoessel, J. G. 1989. Ap. J. 336:655.
- Barnes, J. E., Hernquist, L. 1992. Ann. Rev. Astron. Astrophys. 30:705.
- Begeman, K. G. 1987. Ph.D. thesis, University of Groningen.
- Begeman, K. G., Broeils, A H., Sanders, R. H. 1991. M.N.R.A.S. 249:523.
- Bertin, G., Saglia, R. P., Stiavelli, M. 1992. Ap. J. 384:423.
- Binney, J. J., Cowie, L. L. 1981. Ap. J. 247:464.
- Binney, J. J., Davis, R. L., Illingworth, G. D. 1990. Ap. J. 361:78.
- Bird, C. M. 1992. Master thesis, University of Minnesota.
- Bisnovathy-Kogan, G. S. 1984. Astrofizika 21:87.
- Blackman, C. P., van Moorsel, G. A. 1984. M.N.R.A.S. 208:91.
- Borne, K. D. 1983. Ph.D. thesis, California Institute of Technology.
- Borne, K. D. 1988. Ap. J. 330:61.
- Borne, K. D., Balcells, M., Hoessel, J. G. 1988. Ap. J. 333:567.
- Boroson, T. 1981. Ap. J. Suppl. 46:177.
- Bosma, A. 1978. Ph.D. thesis, University of Groningen.
- Brandt, J. C. 1960. Ap. J. 131:293.
- Burbidge, G. R. 1975. Ap. J. Lett. 196:L7.
- Burstein, D. 1979. Ap. J. Suppl. 41:435.
- Burstein, D., Rubin, V. C. 1985. Ap. J. 297:423.
- Carignan, C., Puche, D. 1990. A. J. 100:394-641.
- Casertano, S., van Gorkon, J. H. 1991. A. J. 101:1231.
- Cater, D. 1977. M.N.R.A.S. 178:137.
- Charlton, J. C., Salpeter, E. E. 1990. Paired and Interacting Galaxies. NASA. ed. J. W. Sulentic et al.
- Charlton, J. C., Salpeter, E. E. 1991. Ap. J. 375:517.
- Demin, V. V. 1988. Sov. Astron. 32:115.

- de Vaucouleurs, G.* 1948. *Ann. d'Astrophys.* 11:247.
- de Zeeuw, P. T.* 1992. *Morphological and Physical Classification of Galaxies*, ed. G. Busarello, M. Capaccioli and G. Longo (Dordrecht, Kluwer).
- Dressler, A.* 1978. *Ap. J.* 223:765.
- Einasto, J., Kaasik, A., Saar, E.* 1974. *Nature* 250:309.
- Faber, S. M., Gallagher, J. S.* 1979. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 17:135.
- Fabian, A. C., Thomas, P. A., Fall, S. M., White, R. E.* 1986. *M.N.R.A.S.* 221:1049.
- Fabricant, D., Lecar, M., Gorenstein, P.* 1980. *Ap. J.* 241:552.
- Fillmore, J. A.* 1986. *A. J.* 91:1096.
- Forbes, D. A., Whitmore, B. C.* 1989. *Ap. J.* 339:657.
- Ford, H. C., Ciardullo, R., Jacoby, G. H., Hui, X.* 1989. *IAU Symp.* 131:335.
- Forman, W., Jones, C., Tucker, W.* 1985. *Ap. J.* 293:102.
- Geller, M., Huchra, J.* 1983. *Ap. J. Suppl.* 52:61.
- Giovanelli, R., Haynes, M. P., Chincarini, G. L.* 1986. *Ap. J.* 300:77.
- Gott, J. R. III, Turner, E. L.* 1977. *Ap. J.* 213:309.
- Hernquist, L.* 1990. *Ap. J.* 356:359.
- Hills, J. G.* 1989. *A. J.* 97:222.
- Holmberg, E.* 1937. *Lunds. Am.* 6.
- Huchra, J., Brodie, J.* 1978. *A. J.* 93:779.
- Huchra, J., Geller, M.* 1982. *Ap. J.* 257:423.
- Junqueira, S.* 1986. Tese de mestrado, CNPq-Observatório Nacional.
- Karachentsev, I. D.* 1985. *Sov. Astron.* 29:243.
- Karachentsev, I. D.* 1990. *Paired and Interacting Galaxies*. NASA. ed. J. W. Sulentic et al.
- Karachentsev, V. T., Karachentsev, I. D.* 1982. *Astrofizika* 18:1.
- King, I. R., Minkowski, R.* 1972. *IAU Symp.* 44:87.
- Kormendy, J.* 1977. *Ap. J.* 218:337.
- Lake, G., Schommer, R. A.* 1984. *Ap. J. Lett.* 279:L19.
- Lake, G., Feinwog, L.* 1989. *A. J.* 98:166.
- Milgrom, M.* 1983. *Ap. J.* 270:365.
- Mould, J. R., Oke, J. B., de Zeeuw, P. T., Nemec, J. M.* 1990. *A. J.* 99:1823.

- Norman, C. 1990. Paired and Interacting Galaxies. NASA. ed. J. W. Sulentic et al.
- Ostriker, J. P., Peebles, P. J. E., Yahil, A. 1974. *Ap. J. Lett.* 193:L1.
- Pacheco, J. A. F., Junqueira, S. 1988. *Astrophys. Space. Sci.* 141:147.
- Page, T. L. 1952. *Ap. J.* 116:63.
- Page, T. L. 1961. *Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.* 4th. 111:277.
- Page, T. L. 1962. *Ap. J.* 136:685.
- Peterson, S. D. 1979a. *Ap. J. Suppl.* 40:527.
- Peterson, S. D. 1979b. *Ap. J.* 232:20.
- Picchio, G., Tanzella-Nitti, G. 1985. *A&A* 142:21.
- Poveda, A. 1958. *Bol. Obs. Tonantzintla y Tacubaya* 17:3.
- Rubin, V. C., Ford, W. K., Thonnard, N. 1980. *Ap. J.* 238:471.
- Saglia, R. P., Bertin, G., Stiavelli, M. 1992. *Ap. J.* 384:433.
- Sancisi, R., van Albada, T. S. 1987. *IAU Symp.* 117:67.
- Sanz-Serna, J. M. 1985. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 6:923.
- Schneider, S. E., Salpeter, E. E. 1992. *Ap. J.* 385:32.
- Schweizer, F. 1986. *Science* 231:227.
- Schweizer, L. Y. 1987. *Ap. J. Suppl.* 64:427.
- Sharp, N. A. 1990. *Ap. J.* 354:418.
- Smith, S. 1936. *Ap. J.* 83:23.
- Soares, D. S. L. 1989. Ph.D. thesis, University of Groningen.
- Stewart, G. C., Canizares, C. R., Fabian, A. C., Nulsen, P. E. 1984. *Ap. J.* 278:536.
- Sulentic, J. W., Keel, W. C., Telesco, C. M. 1990. Paired and Interacting Galaxies. NASA.
- Tifft, W. G. 1976. *Ap. J.* 206:38.
- Tonry, J. 1984. *Ap. J. Lett.* 283:L27.
- Tremaine, S. 1992. *Phys. Today* 45:28
- Trimble, V. 1987. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 25:425.
- Trinchieri, G., Fabbiano, G., Canizares, C. R. 1986. *Ap. J.* 310:637.
- Turner, E. L. 1976a. *Ap. J.* 208:20.
- Turner, E. L. 1976b. *Ap. J.* 208:304.
- Tyson, J. A., Jarvis, J. F. 1979. *Ap. J. Lett.* 230:L153.
- Valtonen, M. J., Innanen, K. A., Tähtinen, L. 1985a. *Astrophys. Space Sci.* 107:209.

- Valtonen, M. J., Innanen, K. A., Huang, T.-Y., Saarinen, S. 1985b. A&A 143:182.
- Valtonen, M. J., Byrd, G. G. 1986. Ap. J. 303:523.
- van Albada, T. S., Bahcall, J.N., Begeman, K., Sancisi, R. 1985. Ap. J. 295:305.
- van der Kruit, P. C. 1992. Morphological and Physical Classification of Galaxies, ed. G. Busarello, M. Cappacioli and G. Longo (Dordrecht, Kluwer).
- van der Marel, R. P., Binney, J. J., Davis, R. L. 1990. M.N.R.A.S. 245:582.
- van Moorsel, G. A. 1982. Ph.D. thesis, University of Groningen.
- van Moorsel, G. A. 1987. A&A 176:13.
- Verner, D. A., Chernin, A. P. 1987. Sov. Astron. 31:127.
- White, S. D. M. 1978. M.N.R.A.S. 184:185.
- White, S. D. M. 1981. M.N.R.A.S. 195:1037.
- White, S. D. M., Huchra, J., Latham, D., Davis, M. 1983 M.N.R.A.S. 203:701.
- White, S. D. M. 1983. Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies, ed. E. Athanassoula, p.337 (Dordrecht, Reidel).
- Wielen, R. 1990. Dynamics and Interactions of Galaxies. Berlin: Springer-Verlag.
- Woltjer, L. 1975. A&A 42:109.
- Yabushita, S., Allen, A. J. 1985. M.N.R.A.S. 213:117.
- Young, P. J. 1976. A. J. 81:807.
- Zwicky, F. 1933. Helv. Phys. Acta 6:110.

APÊNDICE I

As figuras constantes deste apêndice apresentam o comportamento de diversas grandezas (descritas no capítulo IV) ao longo das iterações realizadas em cada experimento numérico. Nas figuras de A1 a A15 apresentamos o comportamento da dispersão de velocidades (em Km/s) em duas regiões da Alvo e da Intrusa, em função do tempo (em unidades de tempo, ut, nestas e nas demais figuras deste apêndice).

Nas figuras de B1 a B15 temos o comportamento das anisotropias (σ_z^2/σ_r^2 , σ_t^2/σ_r^2) também com o tempo, para as mesmas experiências e nas figuras de C1 a C15, a variação das razões axiais no plano X,Y (b/a) e X,Z (c/a), para Alvo e Intrusa. As anisotropias e razões axiais são adimensionais.

Nos gráficos D1 a D15 as curvas apresentam a variação do número total de "estrelas" de prova, dentro de um raio fixo, determinado no instante da inicialização dos experimentos, em função do tempo. Em E1 a E3 temos, também, a variação do número total de corpos de prova para experiências inicializadas com excentricidades orbitais progressivamente maiores, porém com os demais parâmetros iniciais mantidos fixos.

A figura F1 mostra a distribuição de excentricidades orbitais em função do tempo (em ut) para as experiências A9, B9, C9 e D9 (tabela II do capítulo III) ajustadas por uma reta, procedimento que permitiu estimar o tempo de circularização das órbitas dos pares nos diversos experimentos realizados.

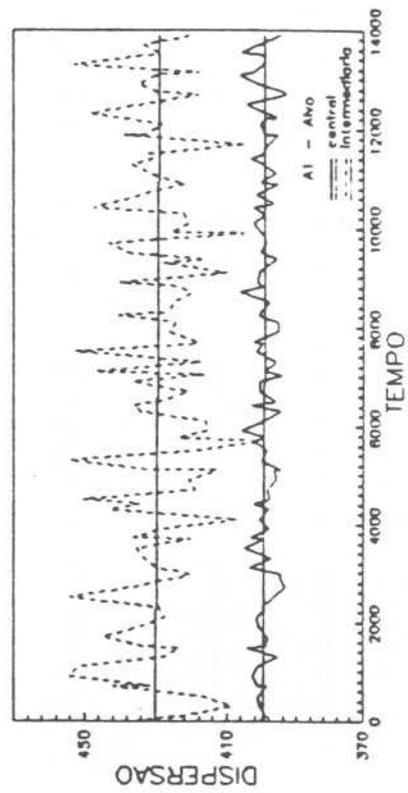
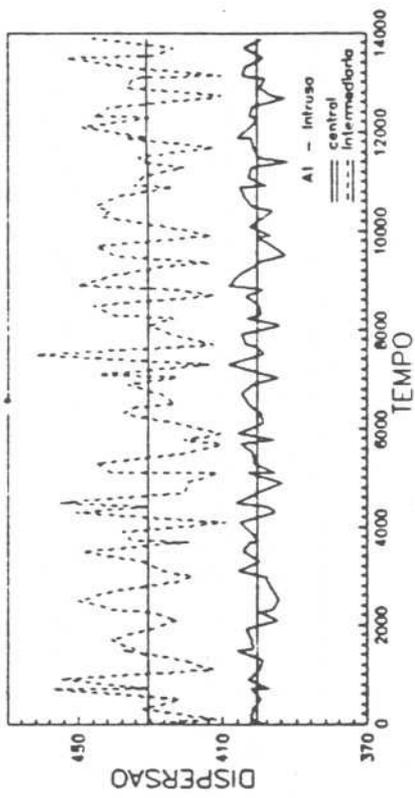


FIGURA A1

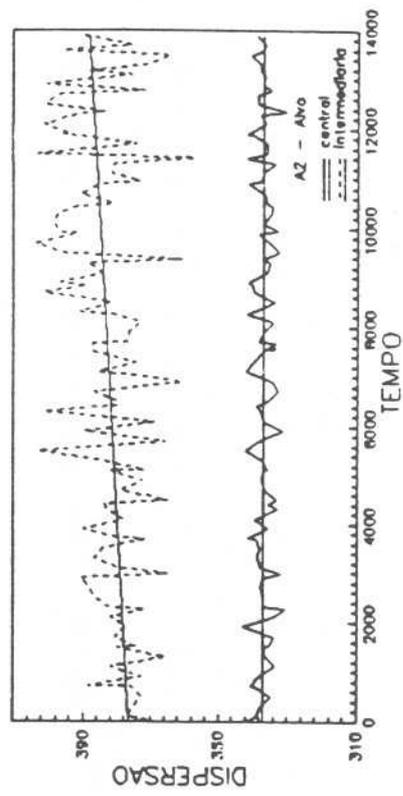
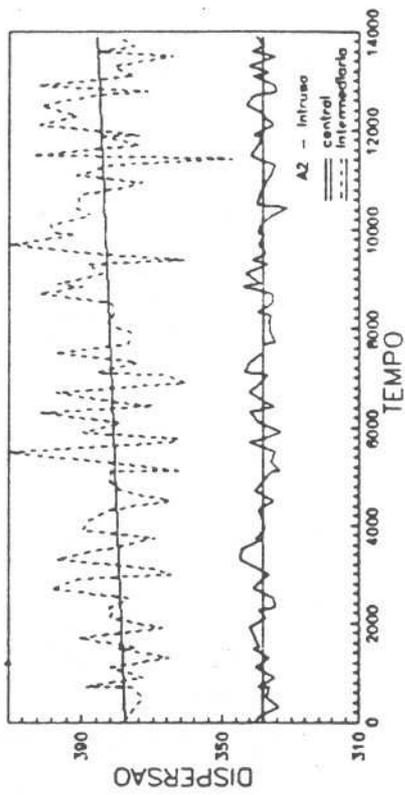


FIGURA A2

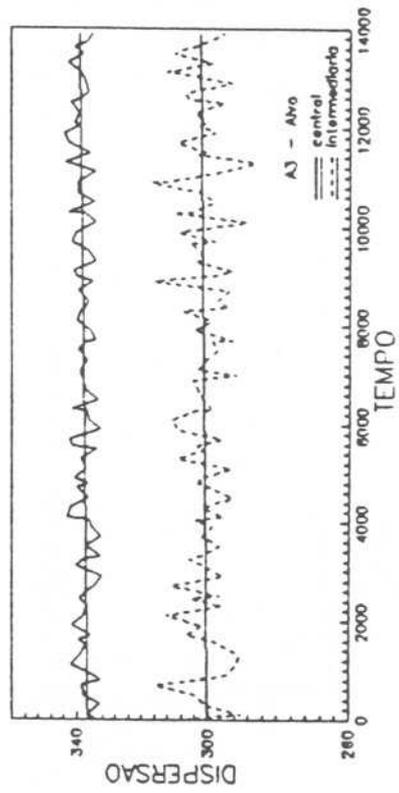
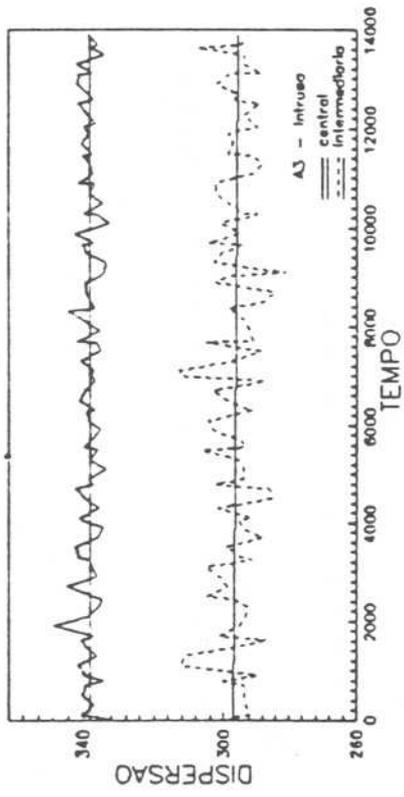


FIGURA A3

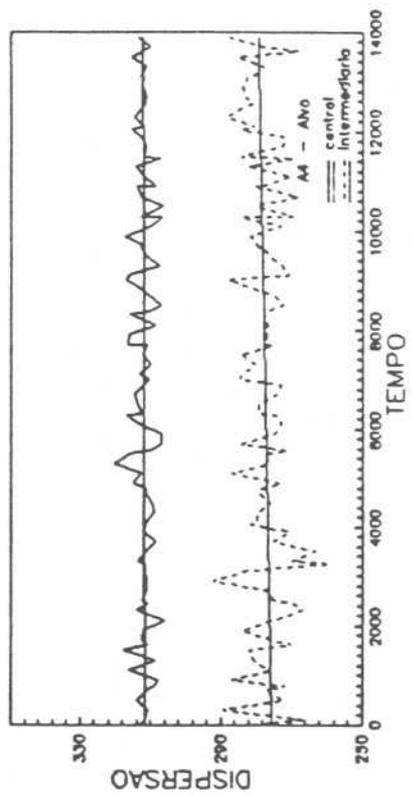
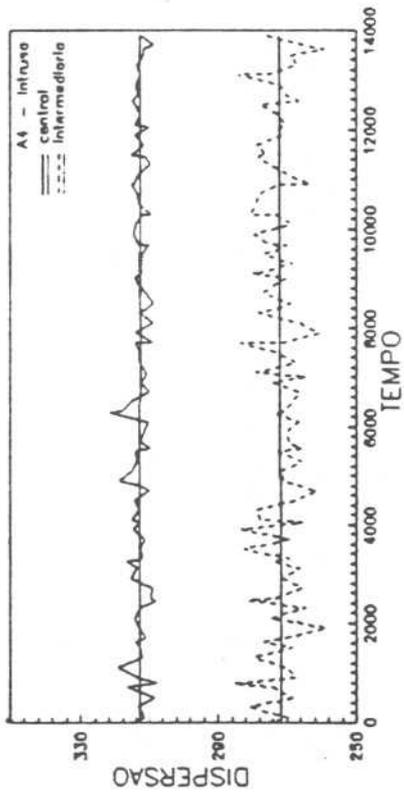
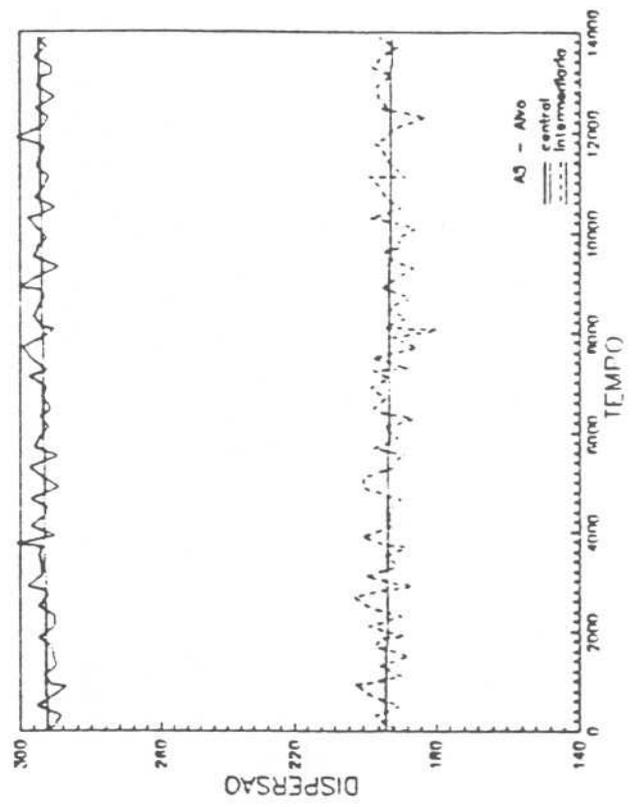
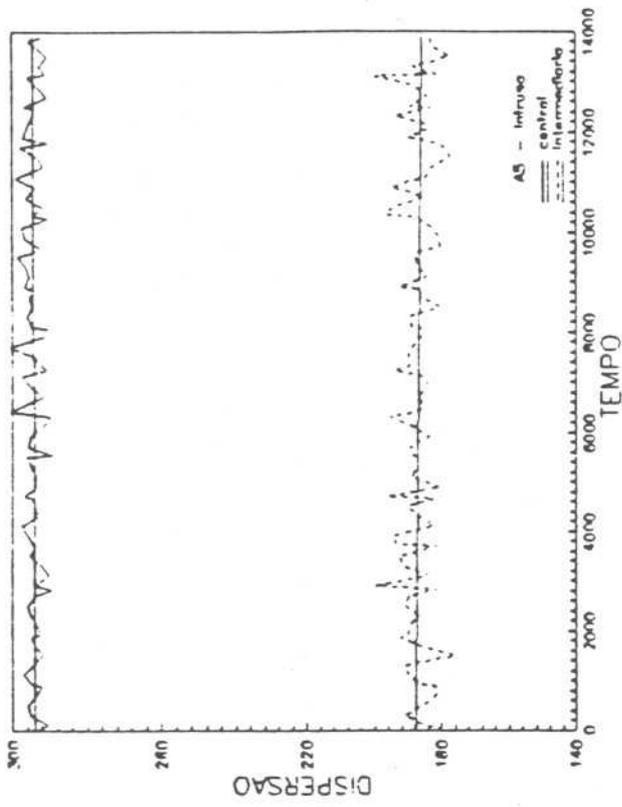


FIGURA A4



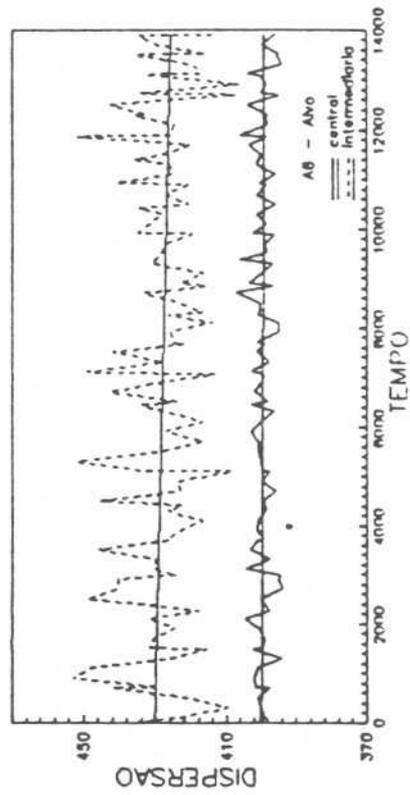
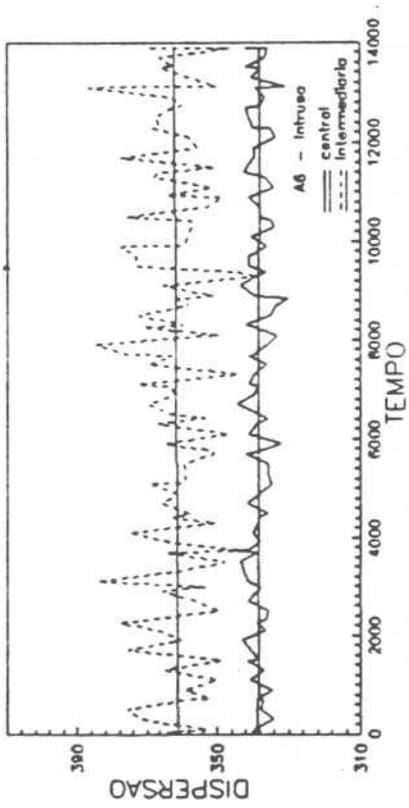


FIGURA A6

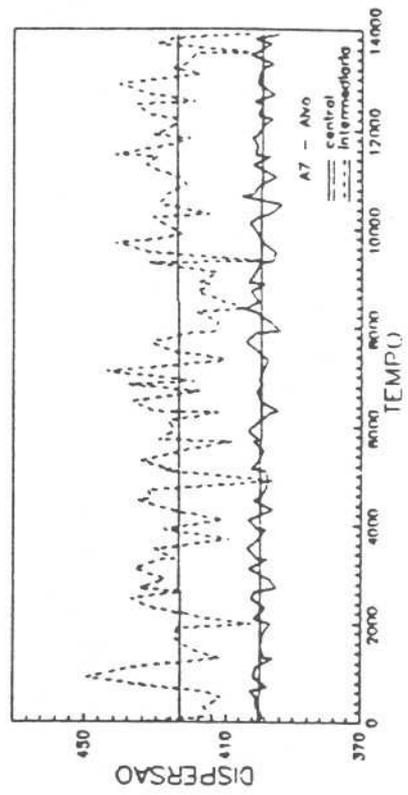
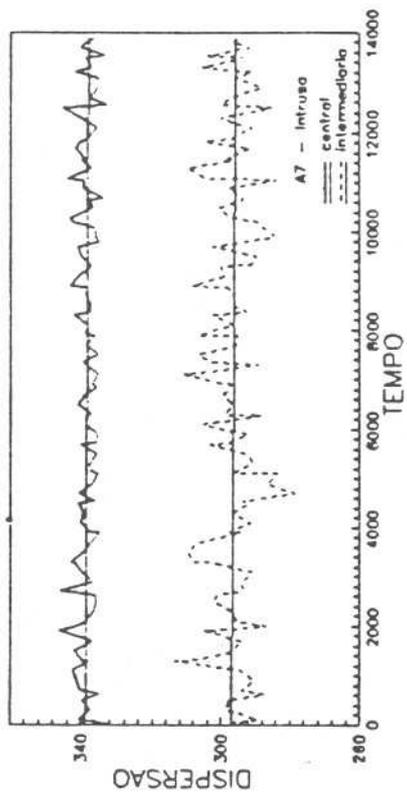


FIGURA A7

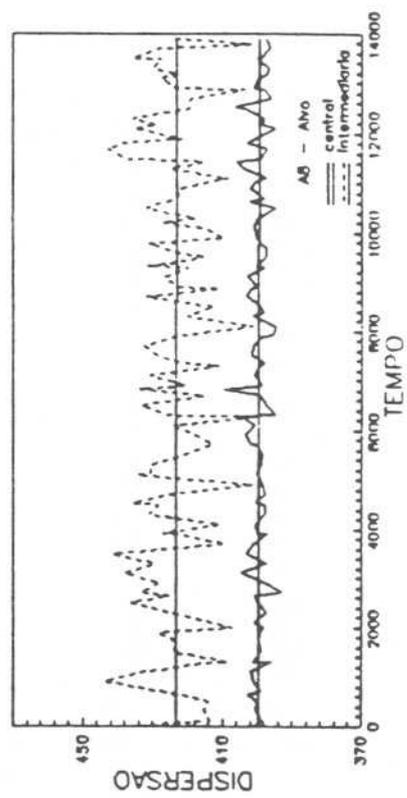
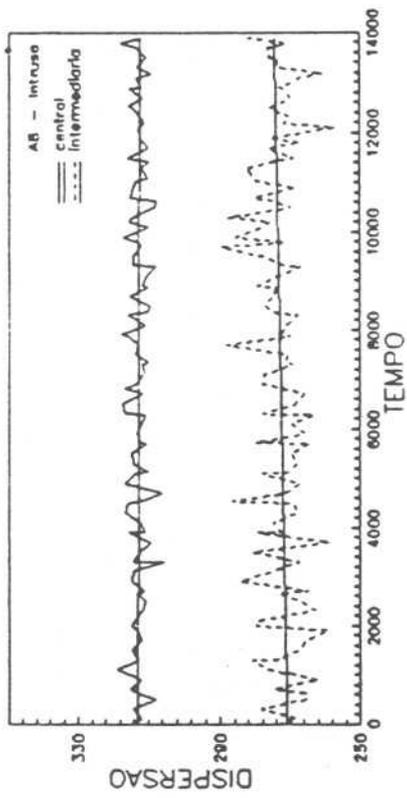
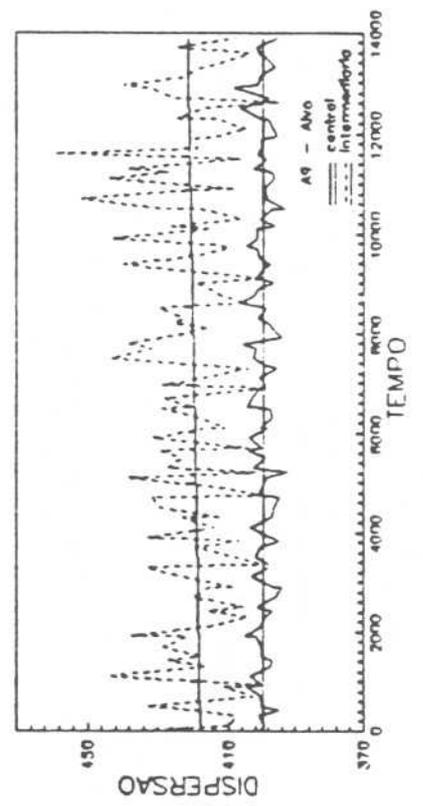
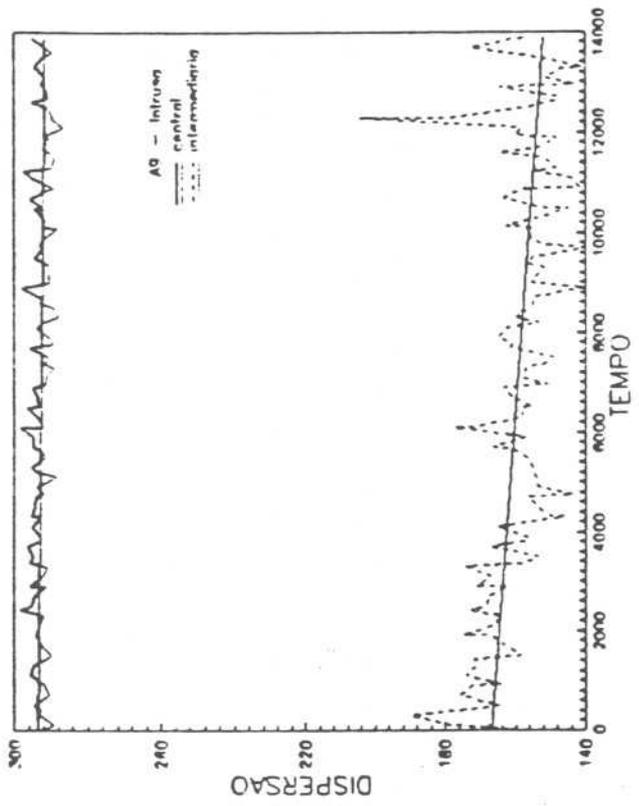


FIGURA A8



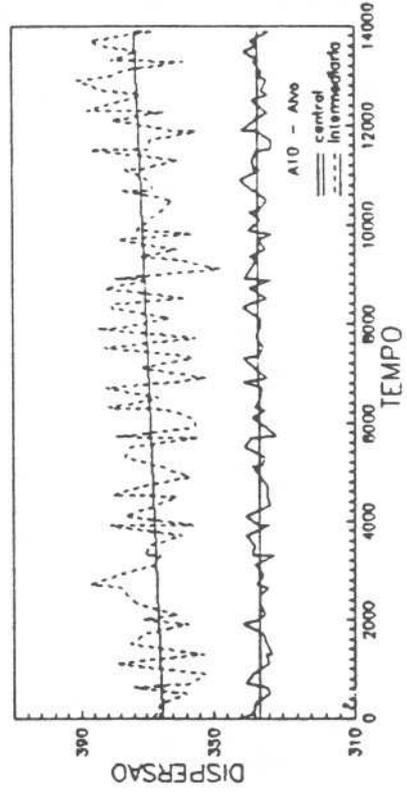
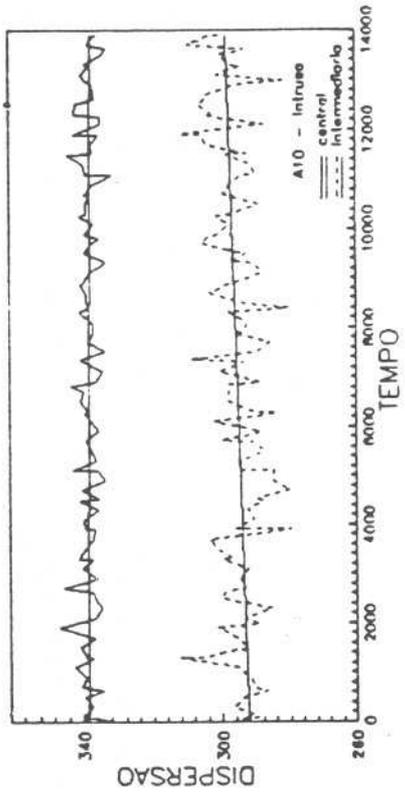


FIGURA A10

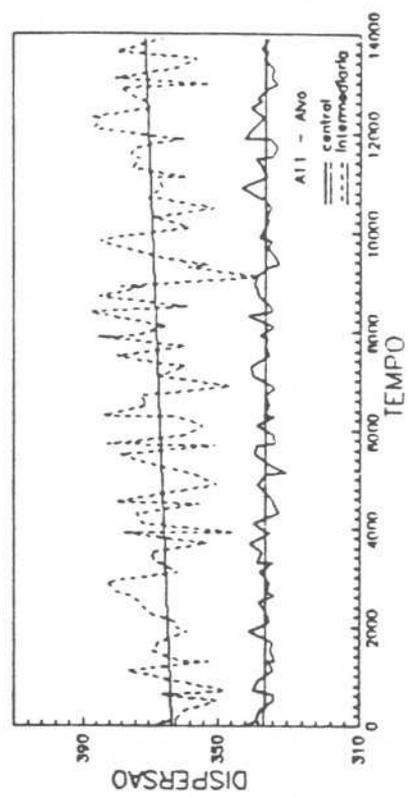
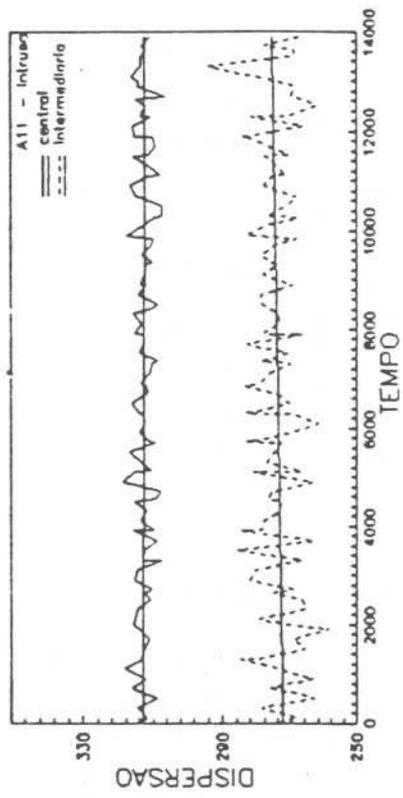


FIGURA A11

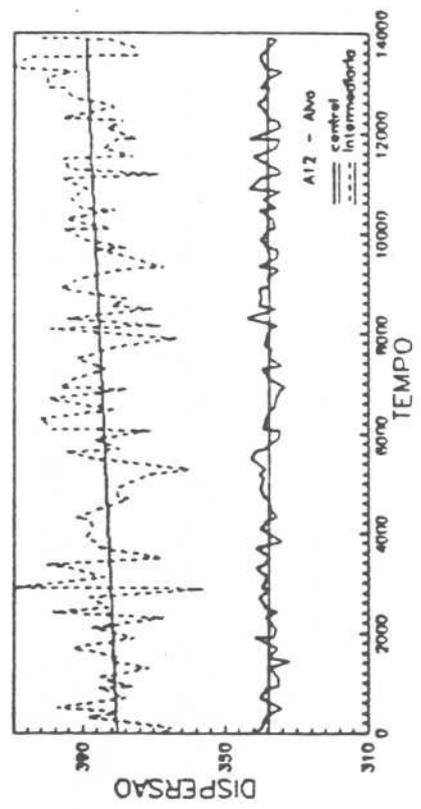
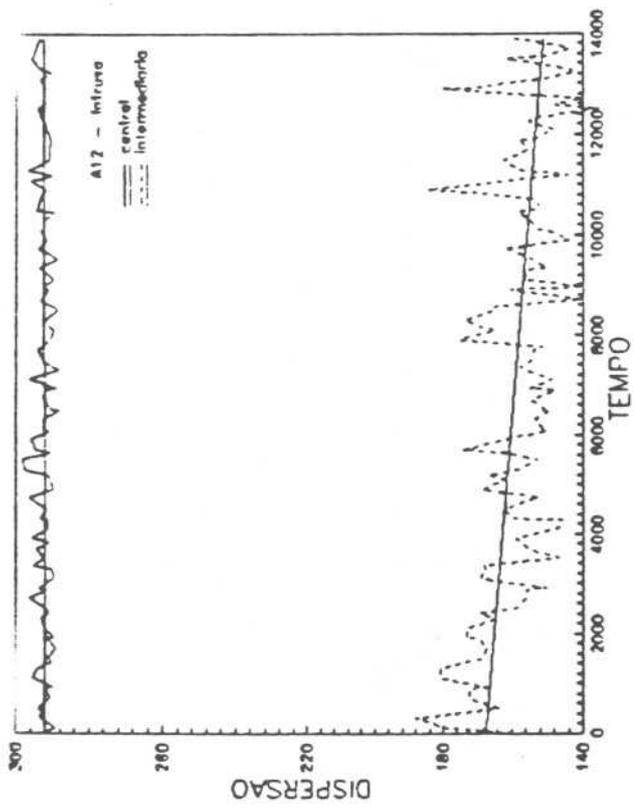


FIGURA A12

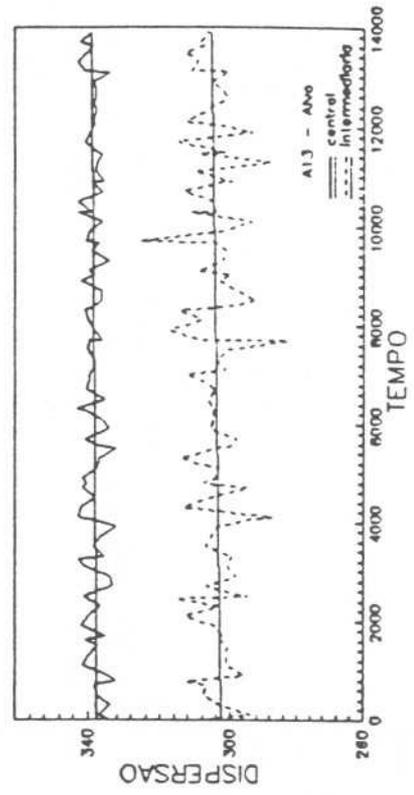
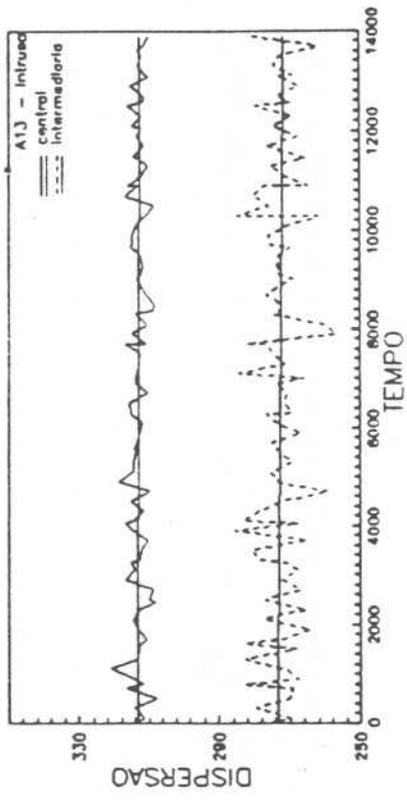


FIGURA A13

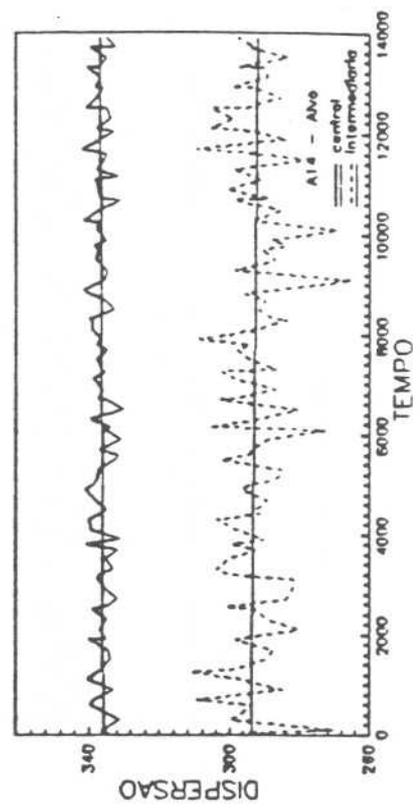
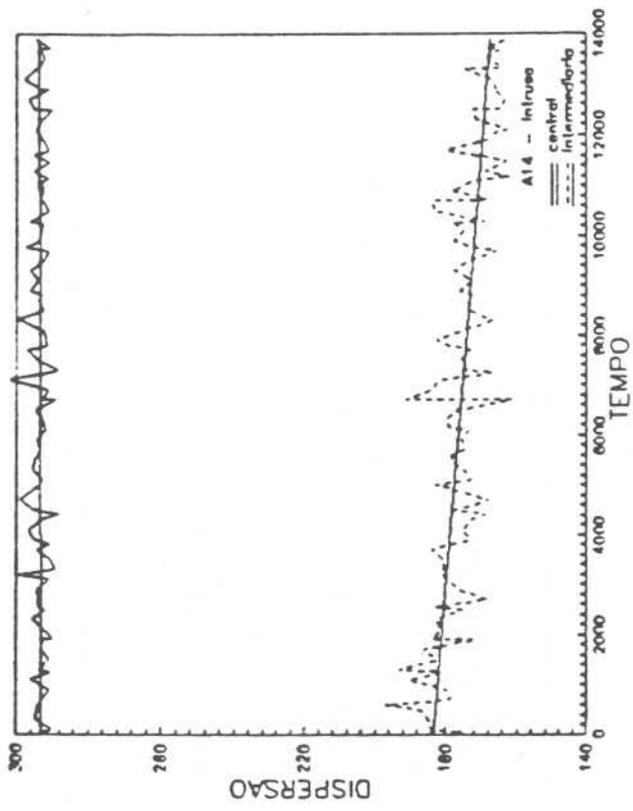
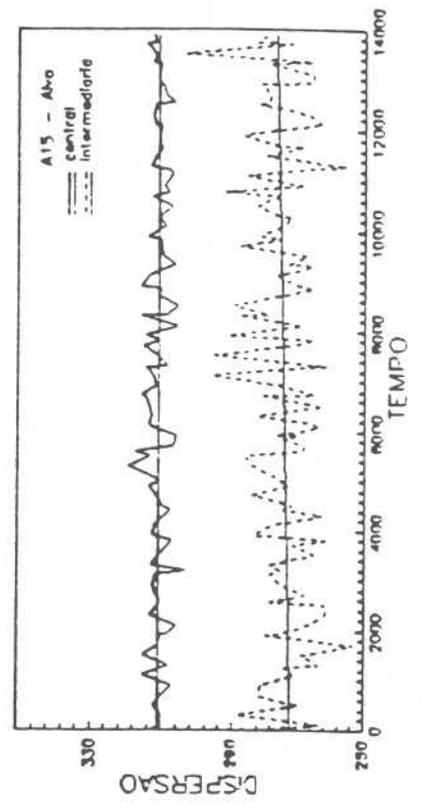
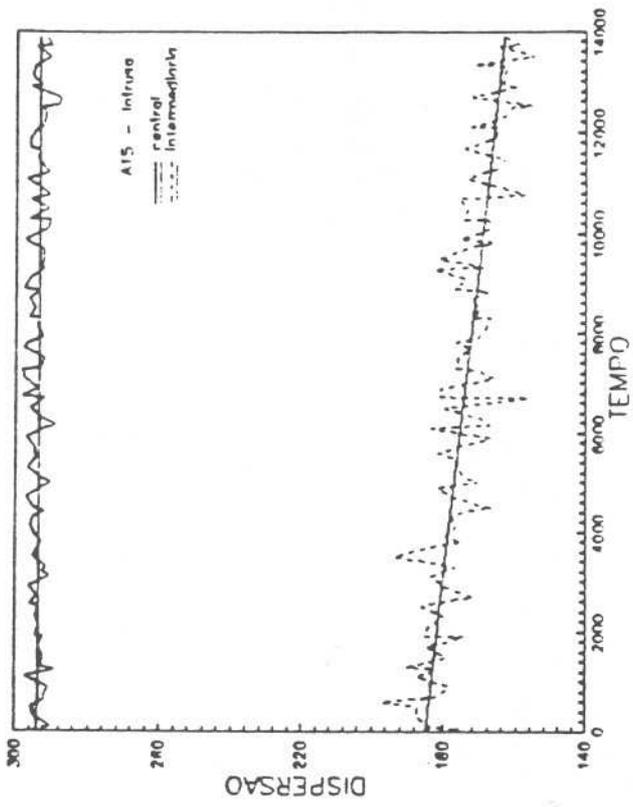


FIGURA A14



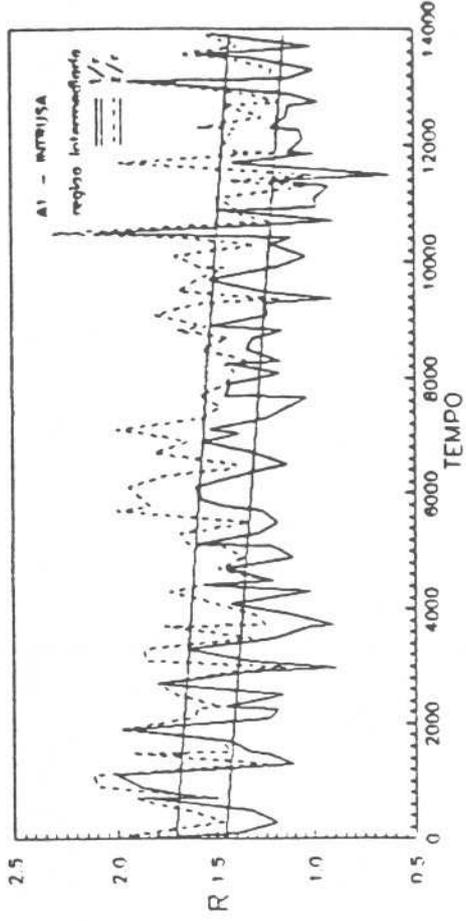
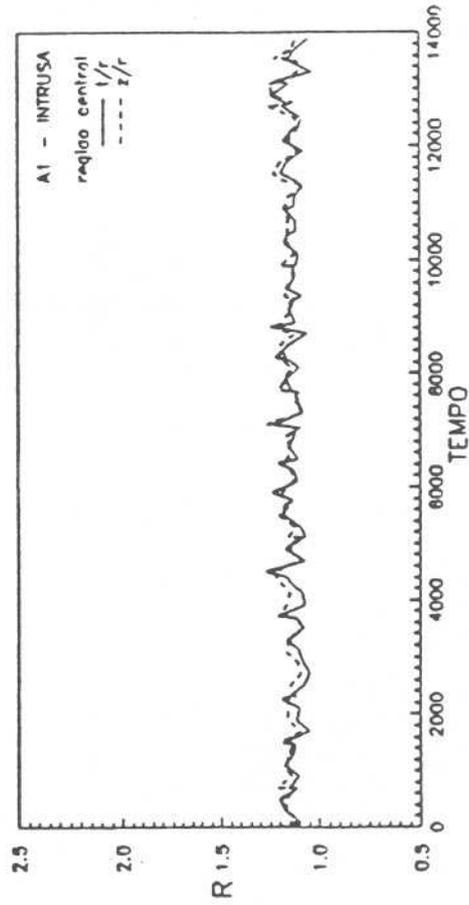
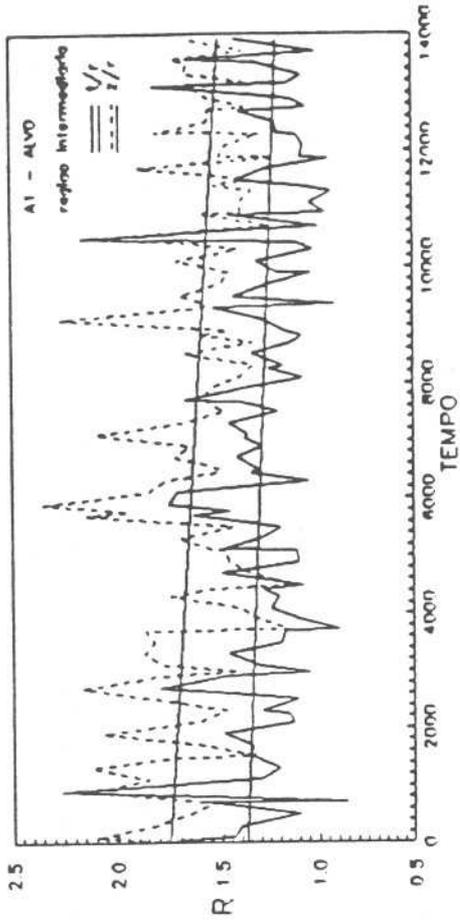
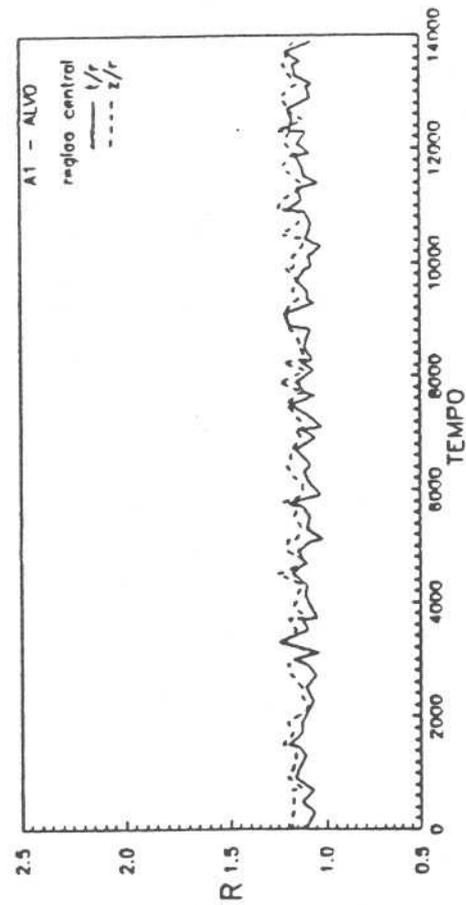


FIGURA B1

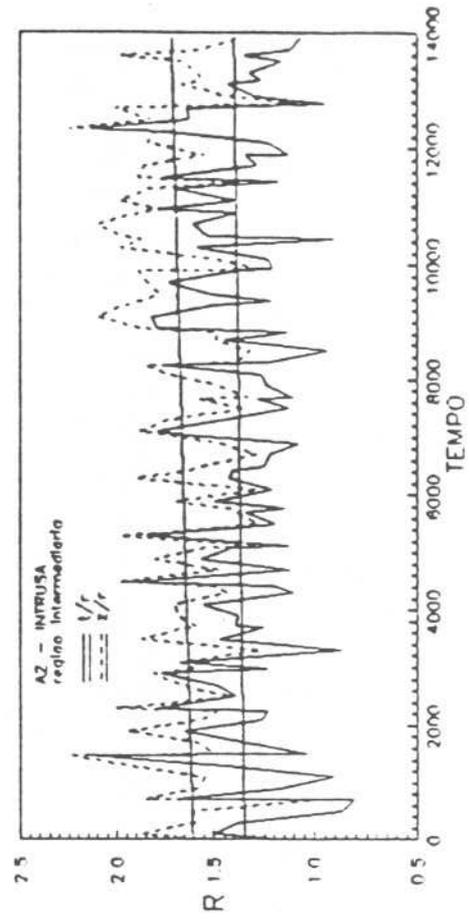
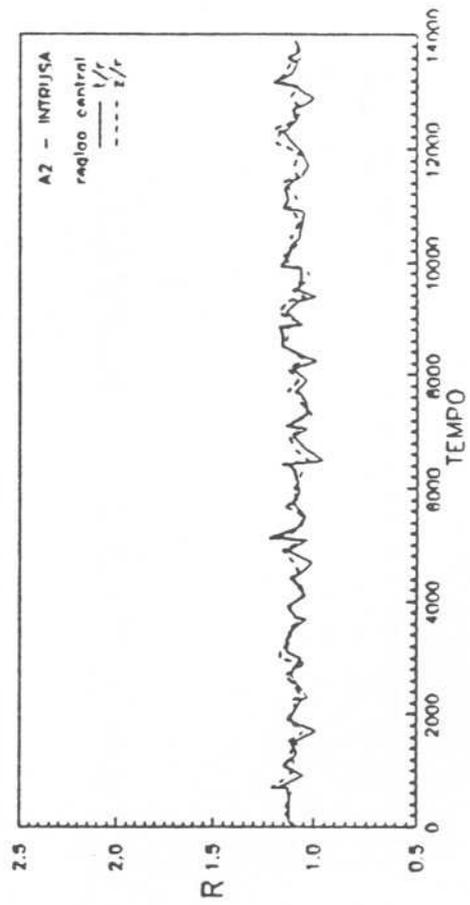
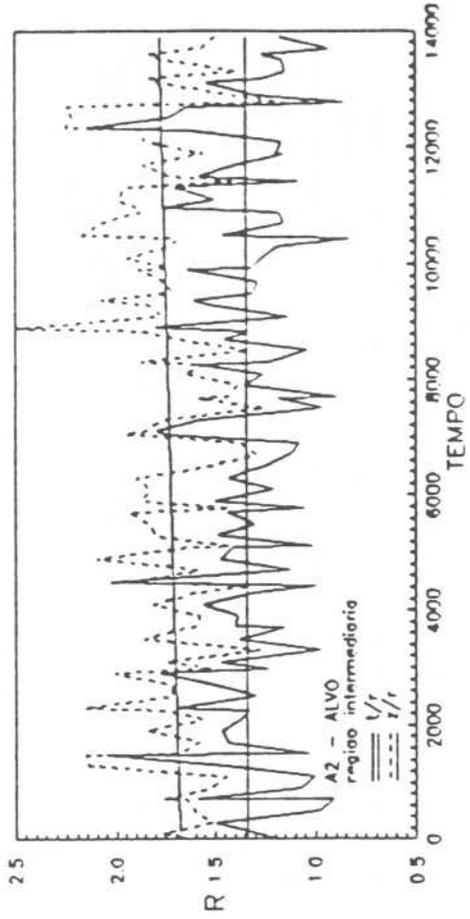
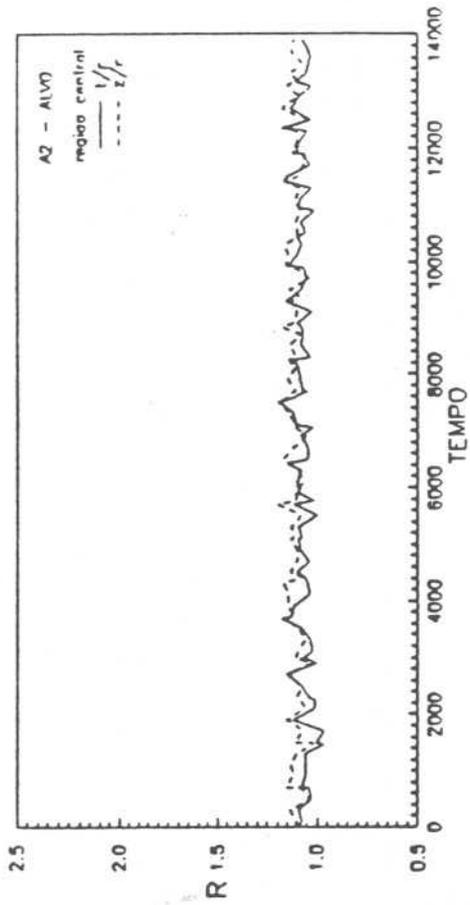


FIGURA B2

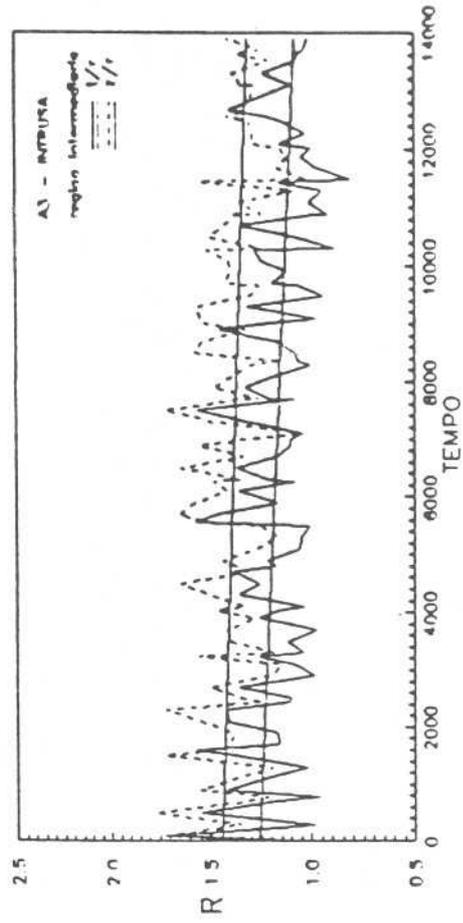
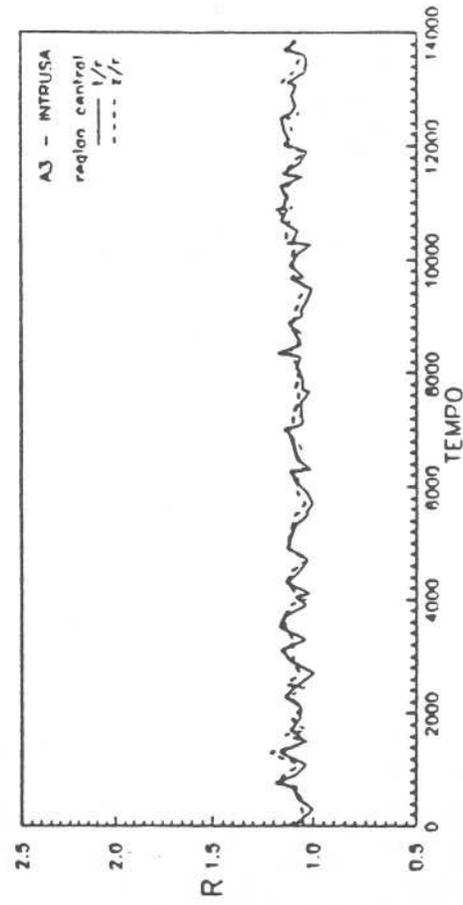
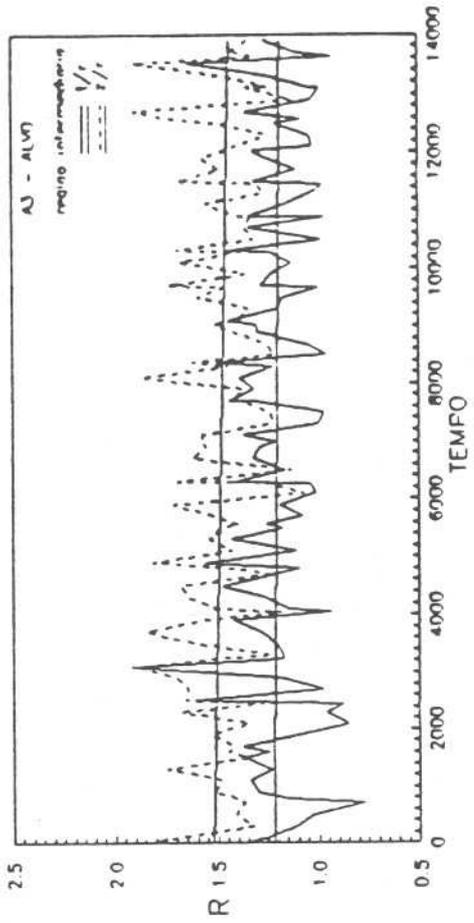
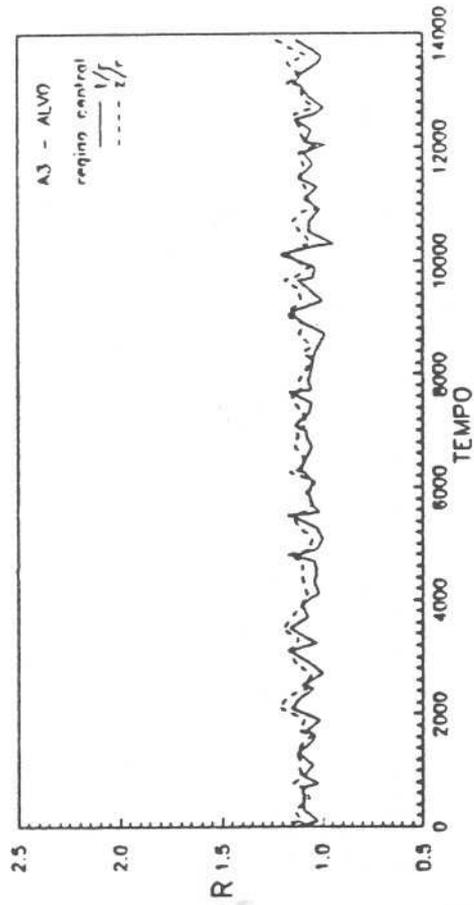


FIGURA B3

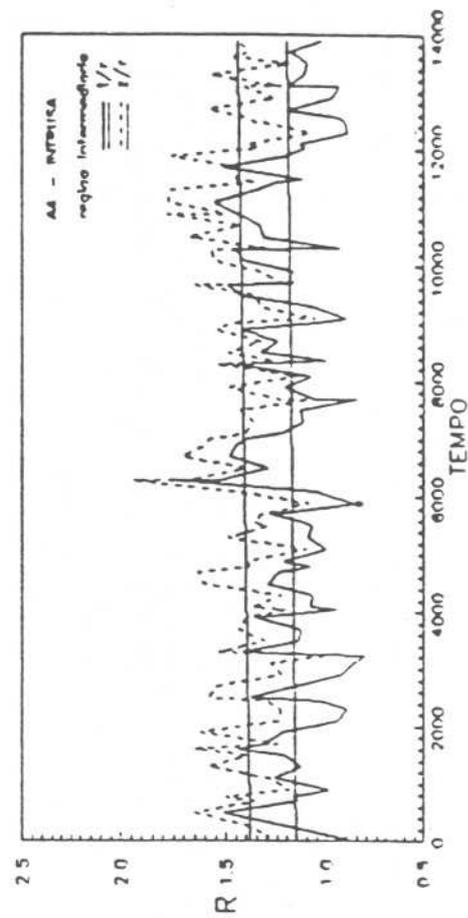
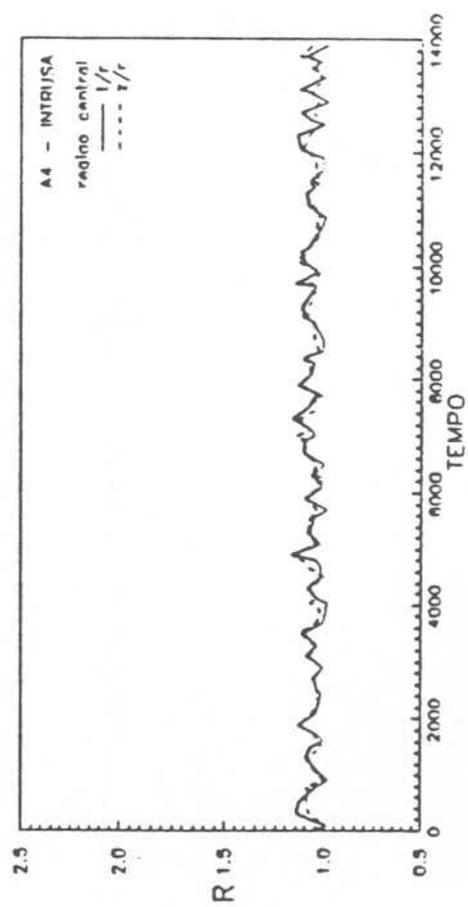
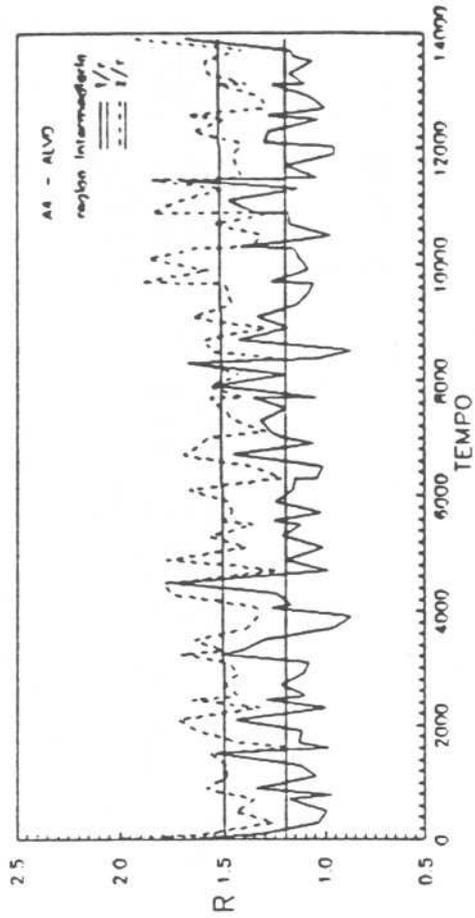
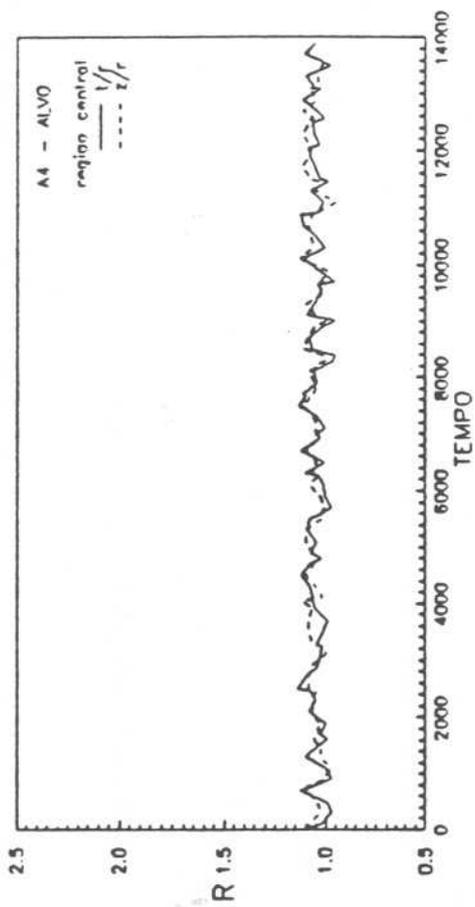


FIGURA B4

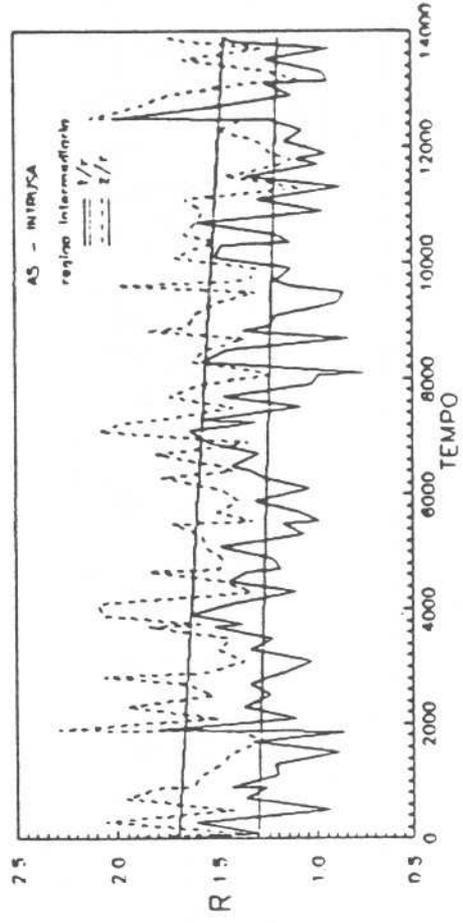
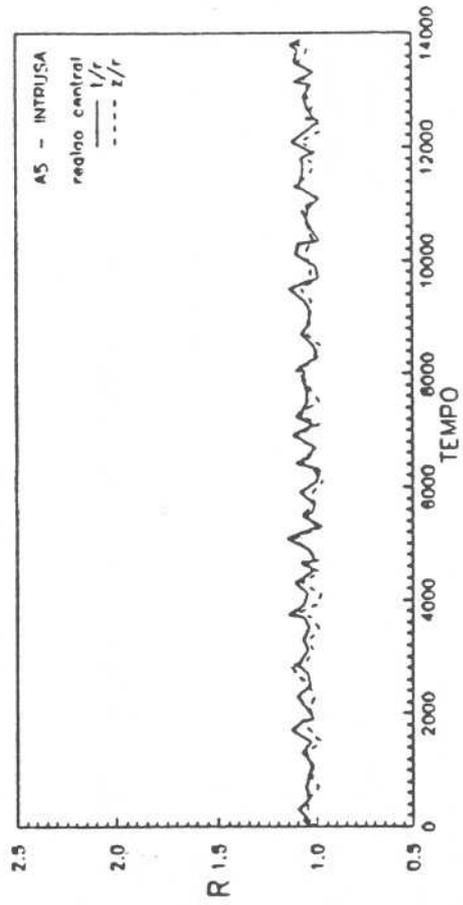
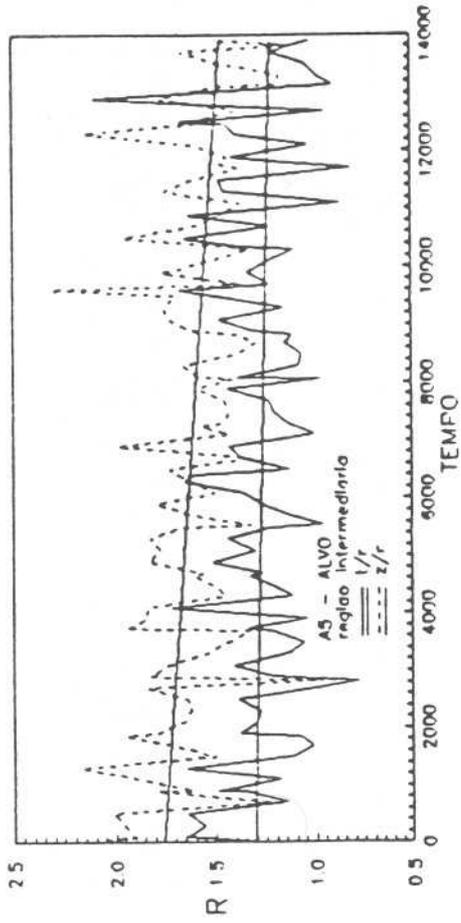
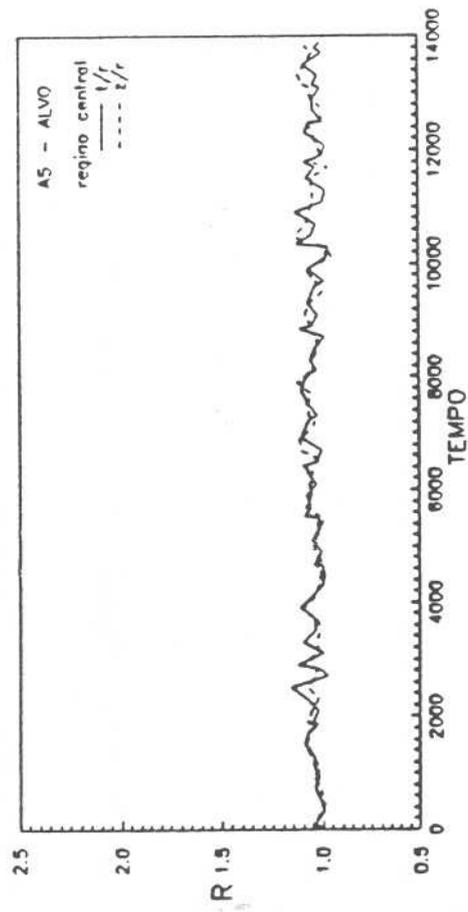


FIGURA B5

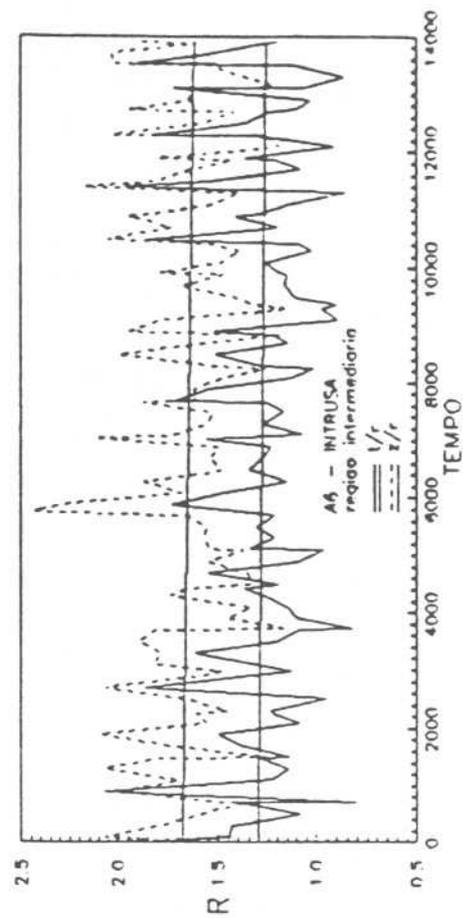
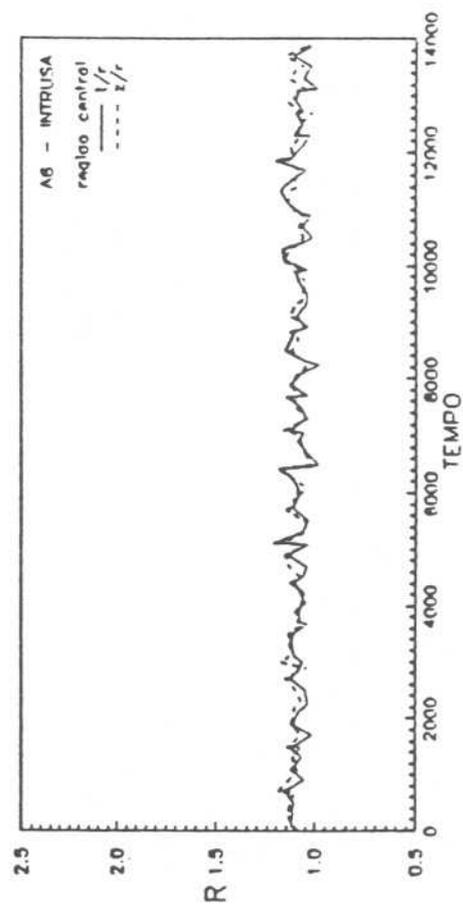
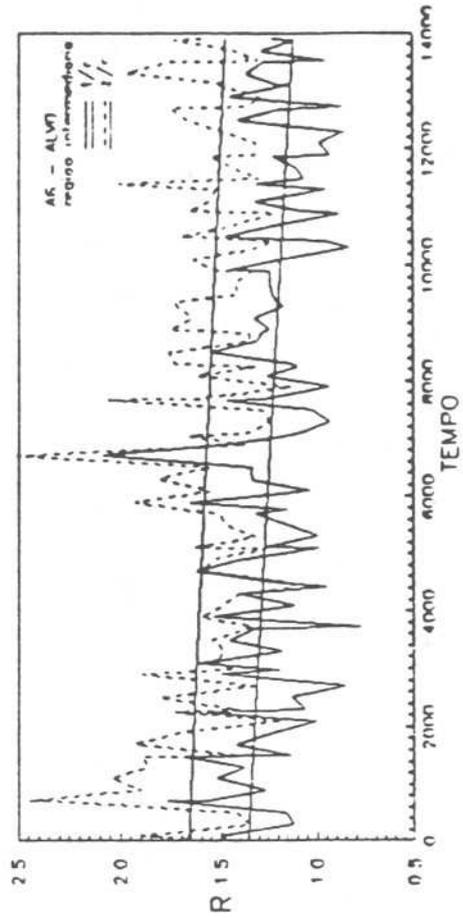
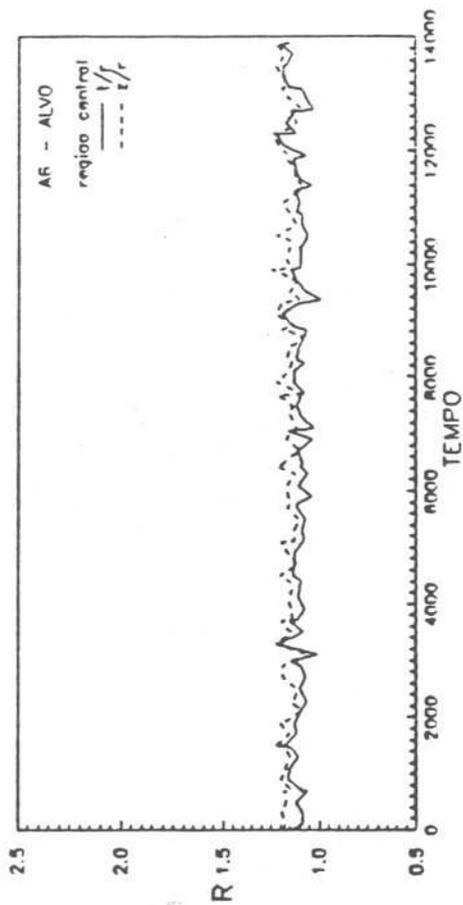


FIGURA B6

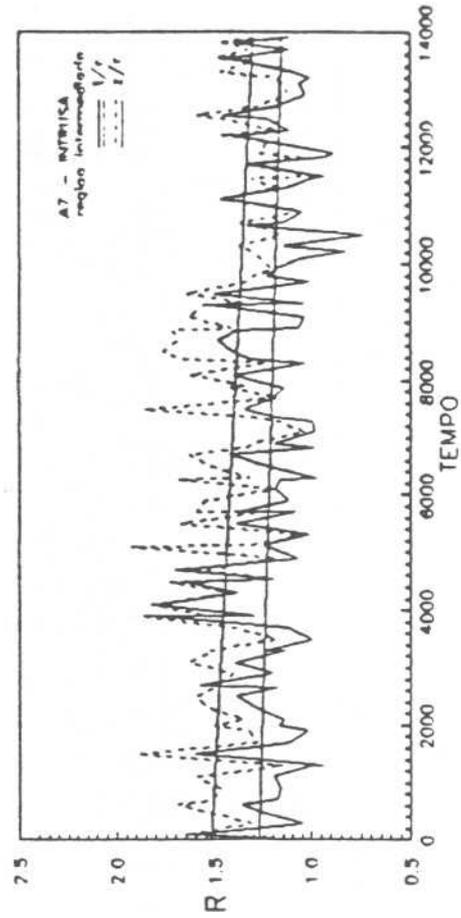
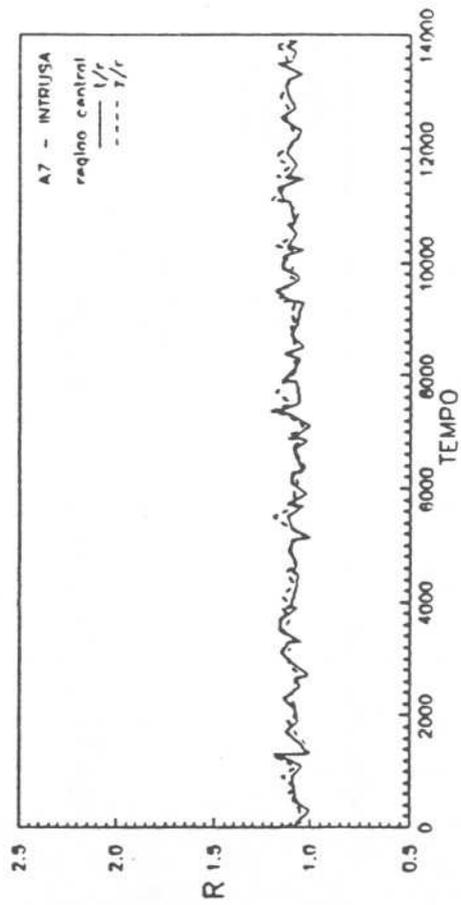
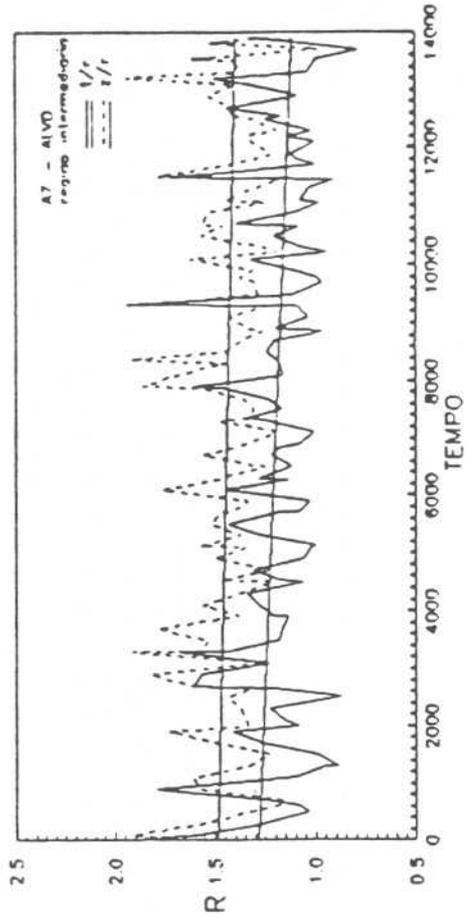
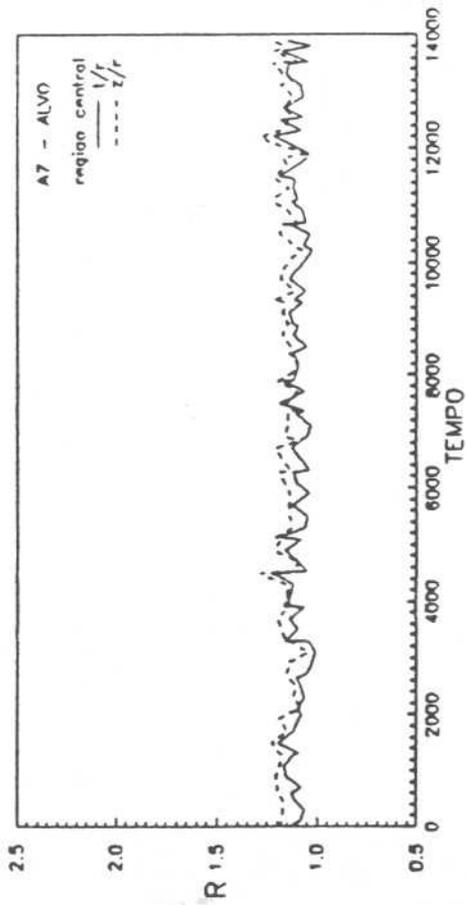


FIGURA B7

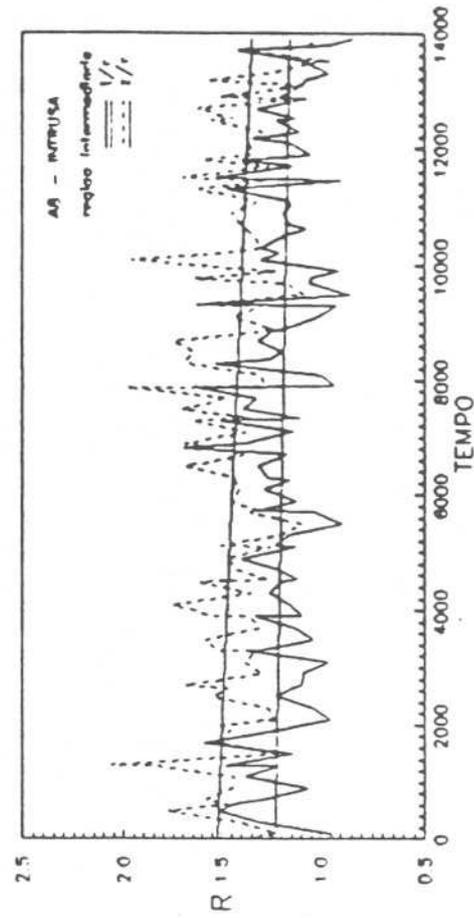
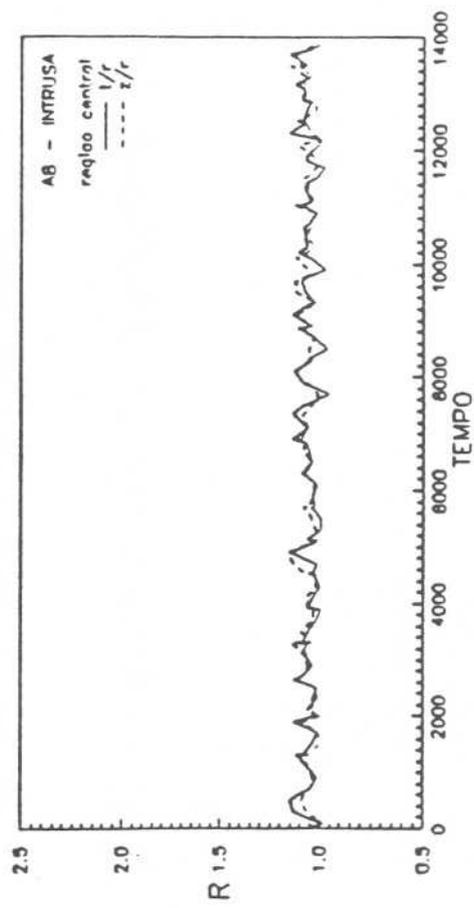
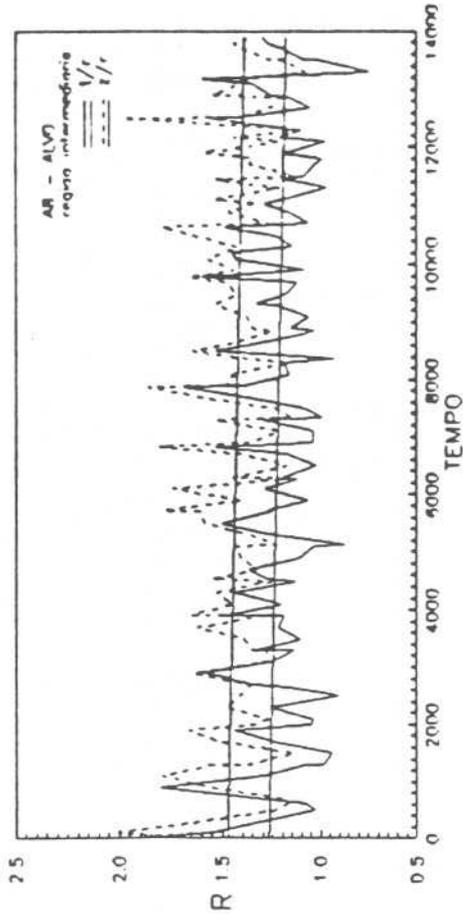
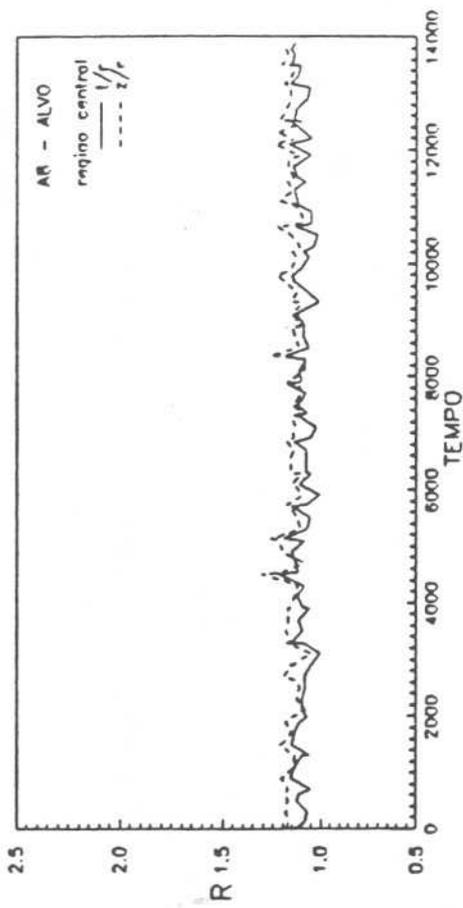


FIGURA B8

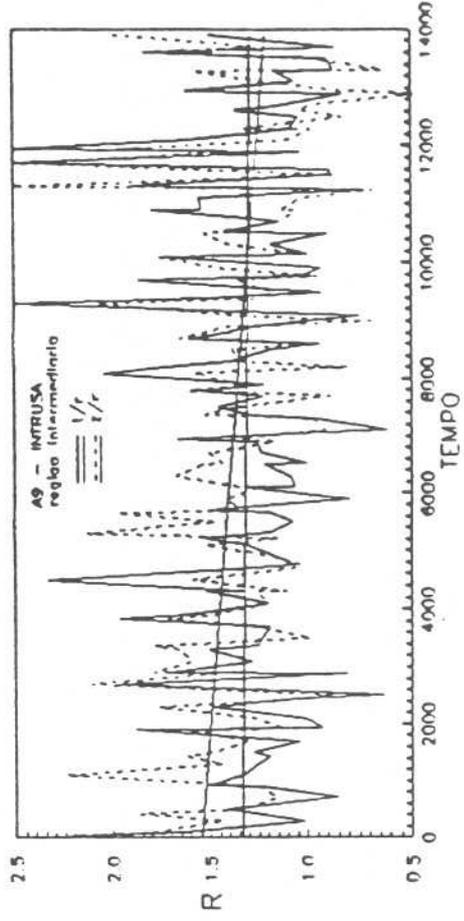
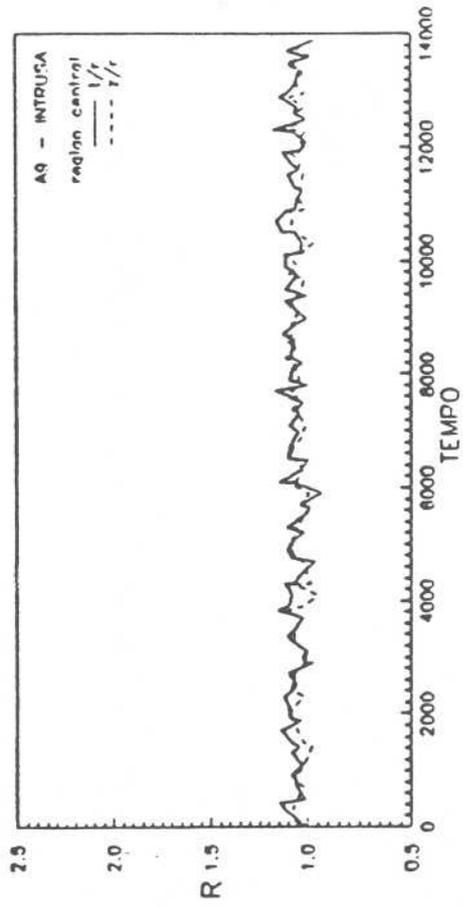
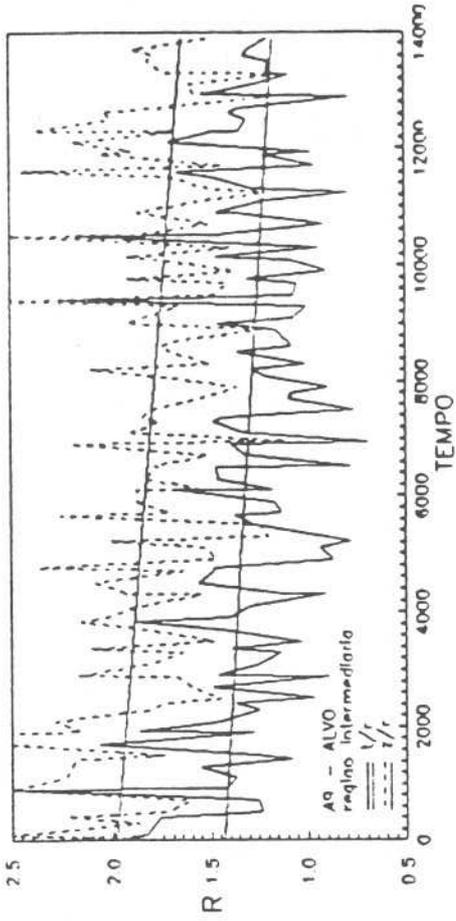
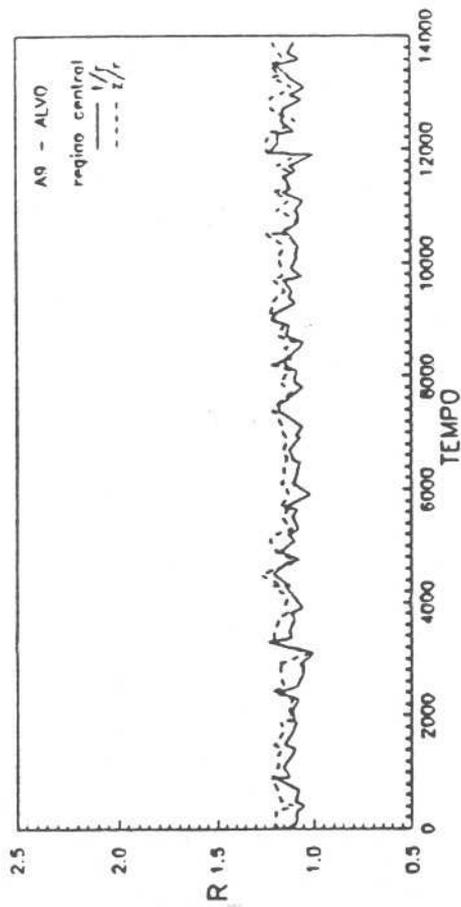


FIGURA B9

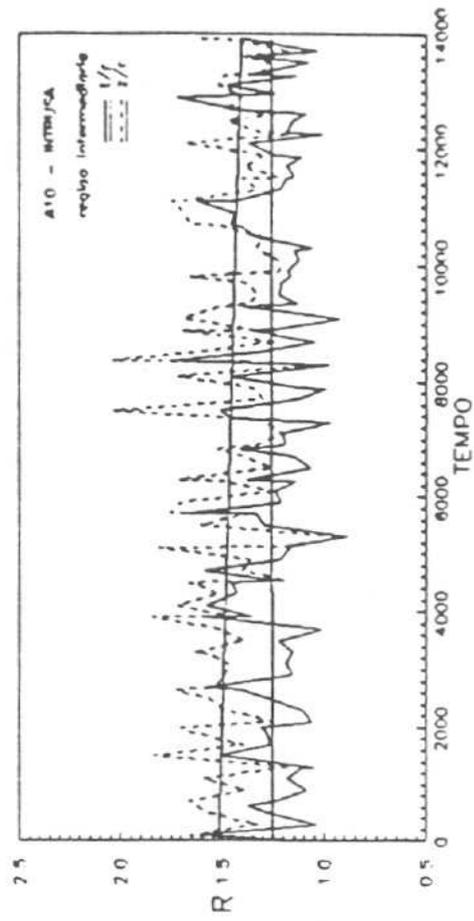
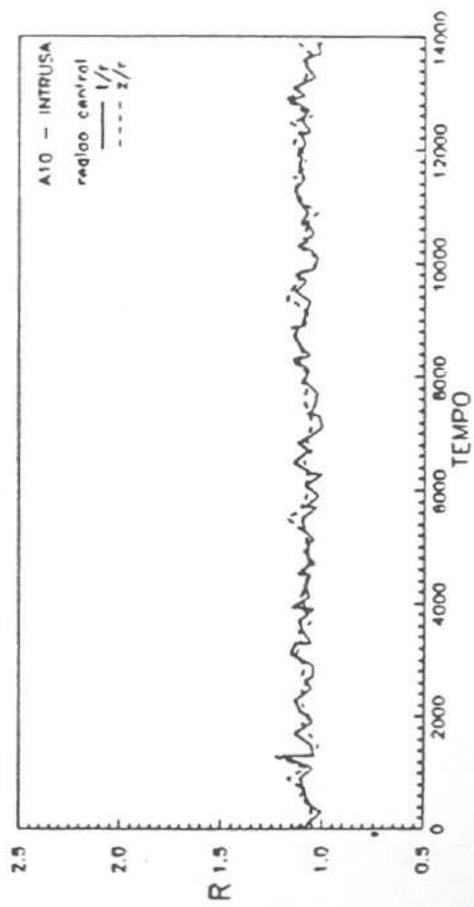
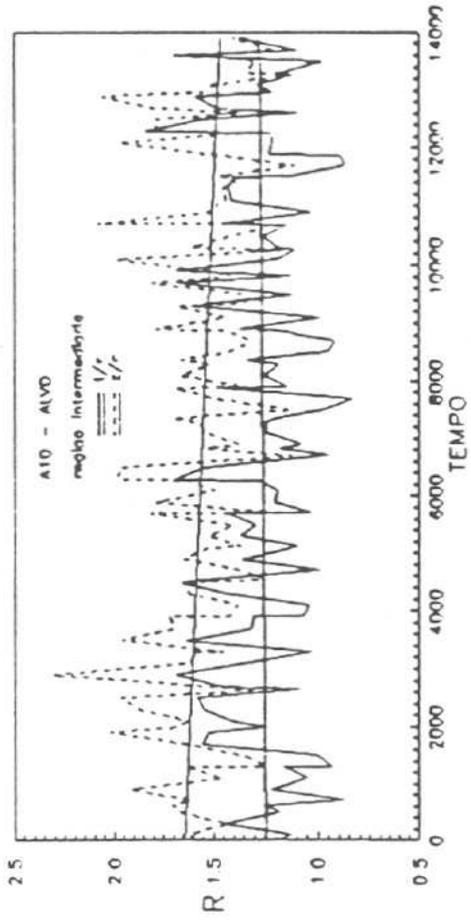
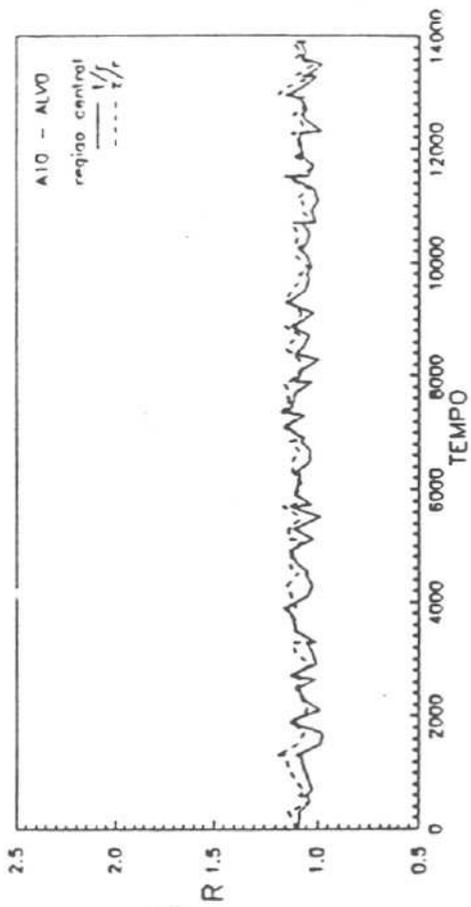


FIGURA B10

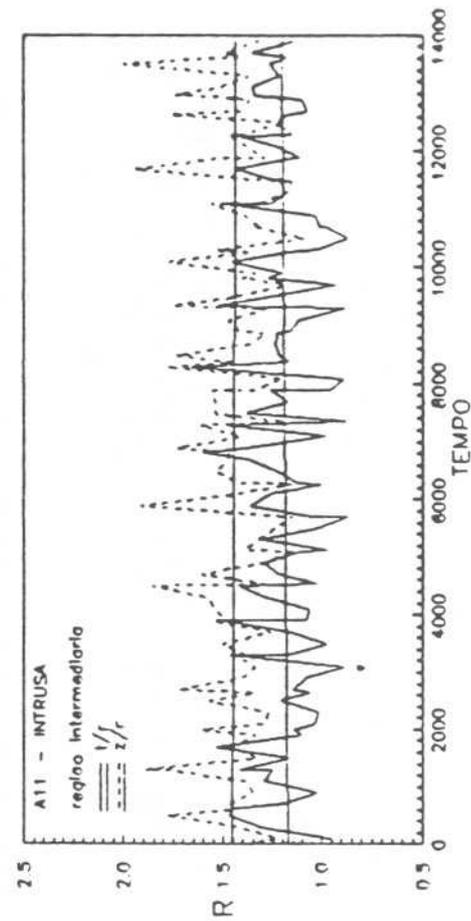
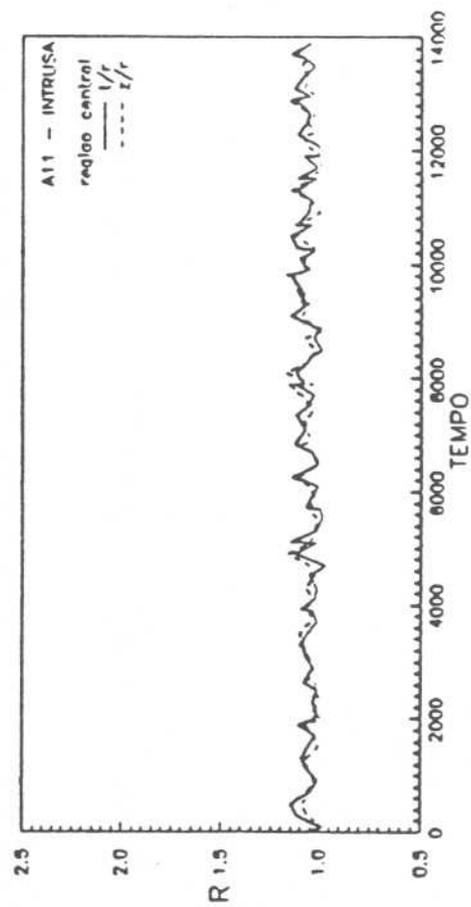
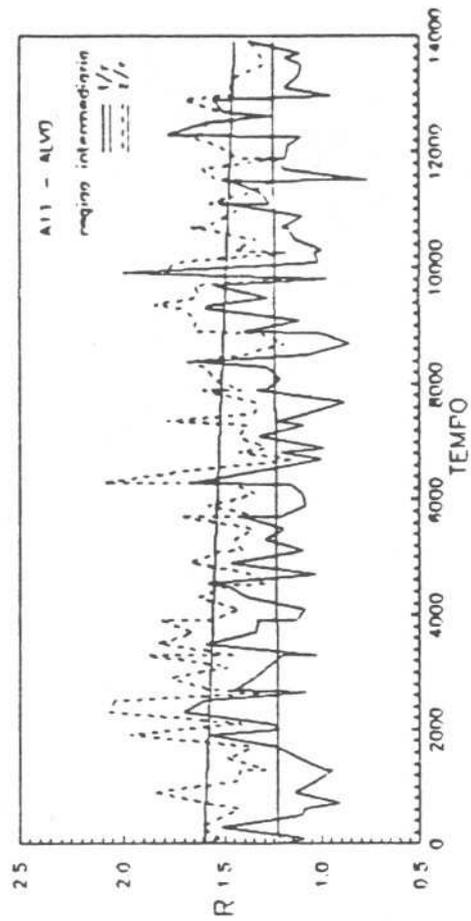
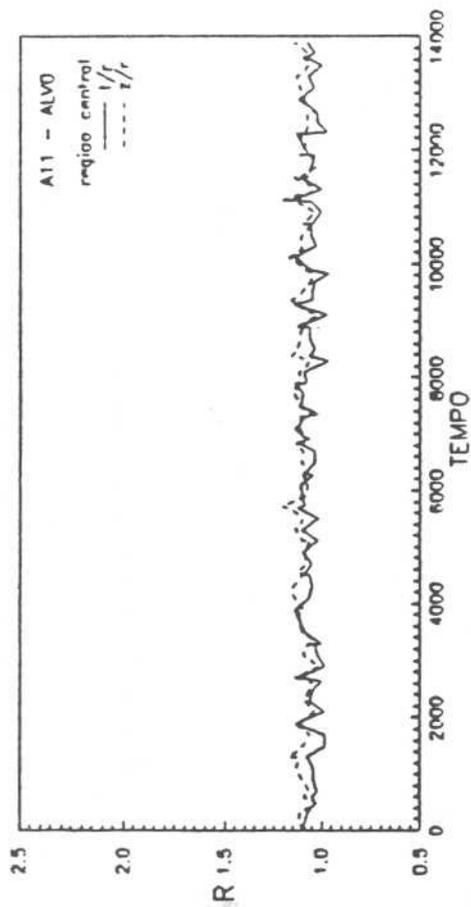


FIGURA B11

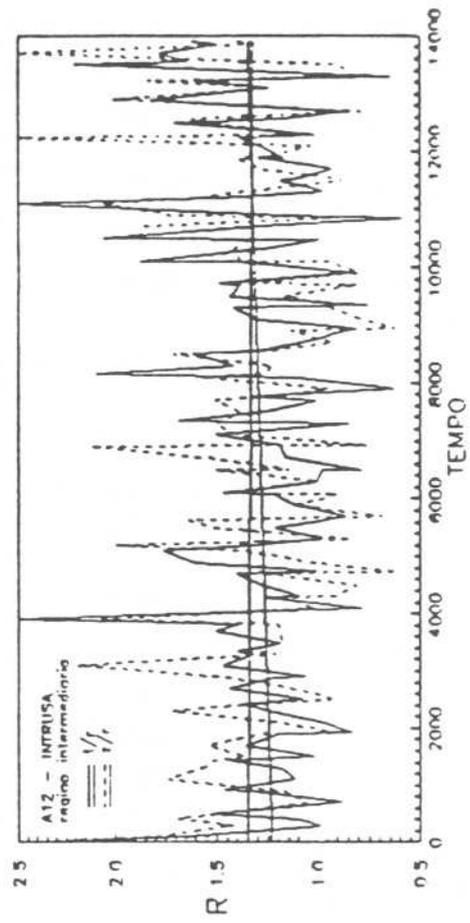
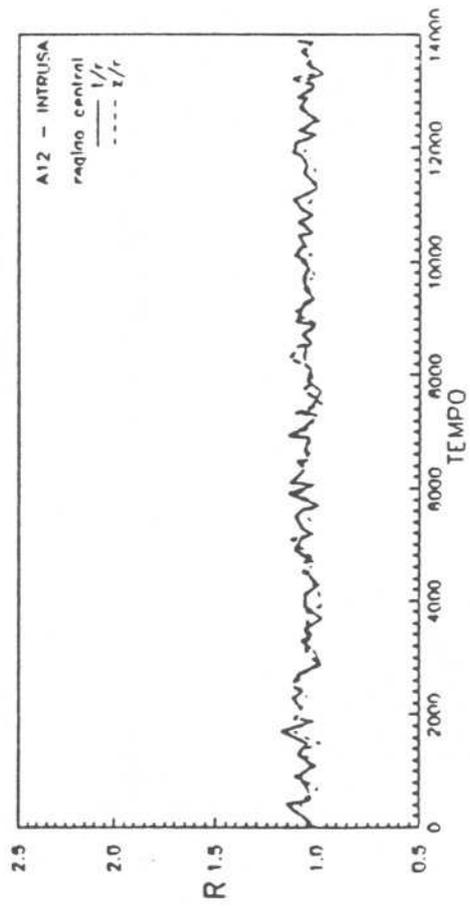
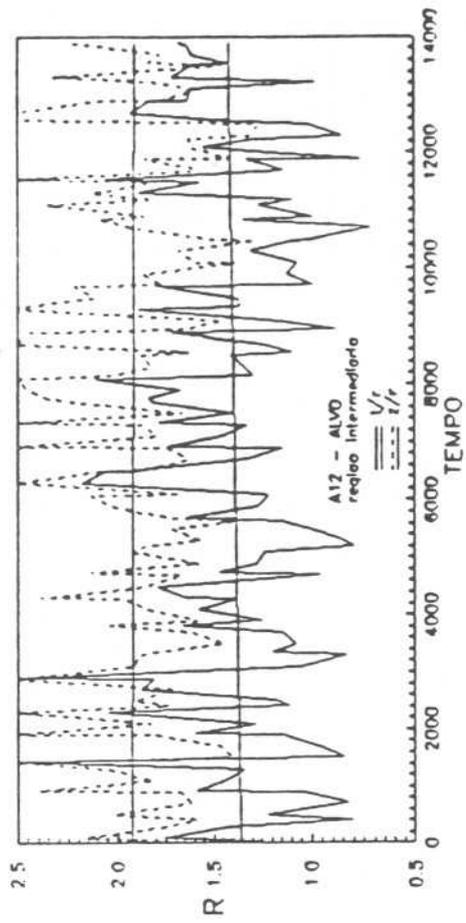
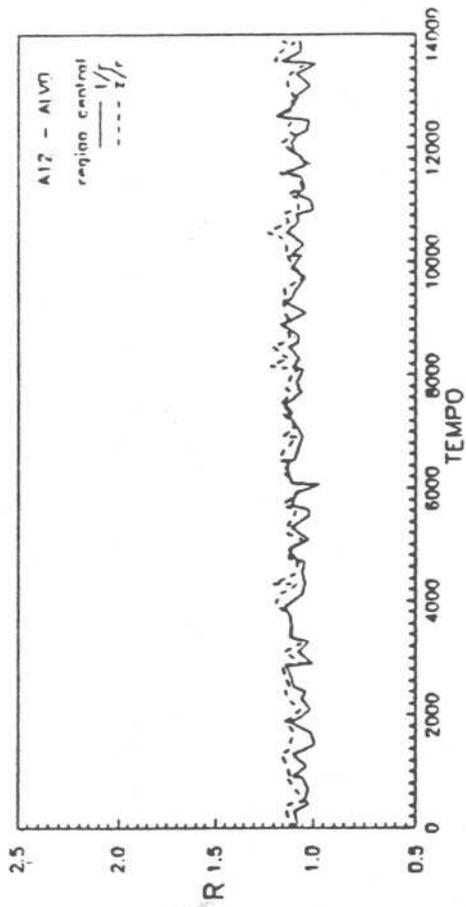


FIGURA B12.

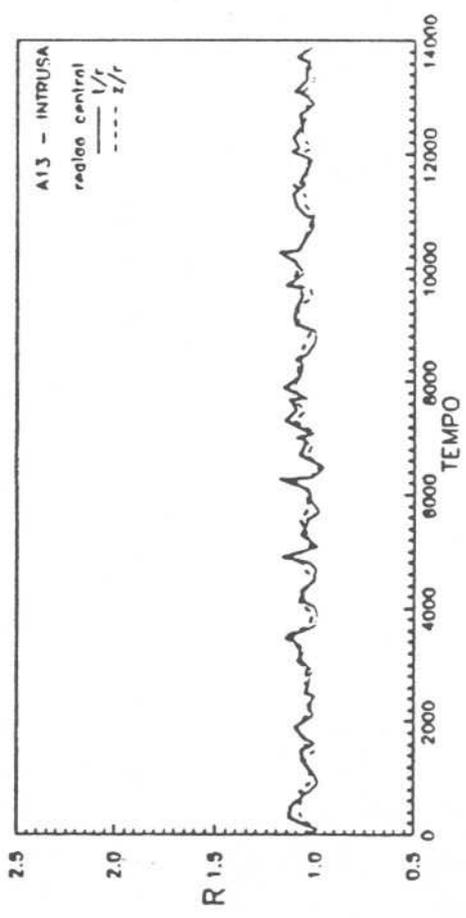
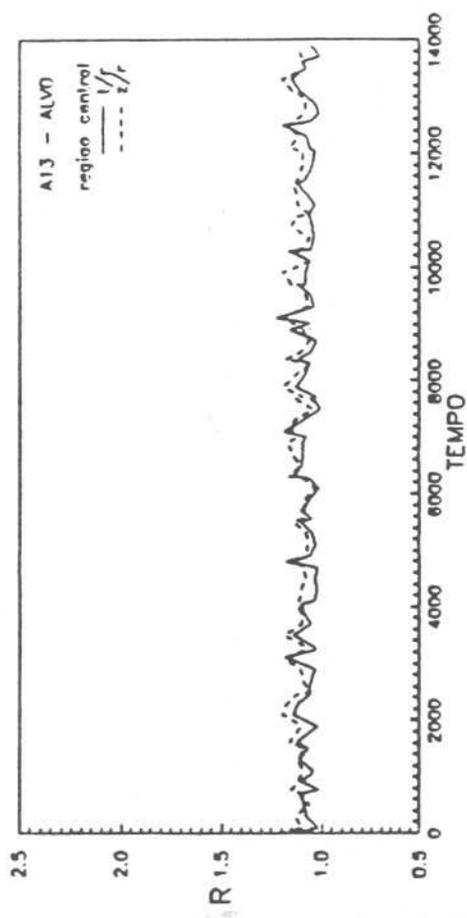
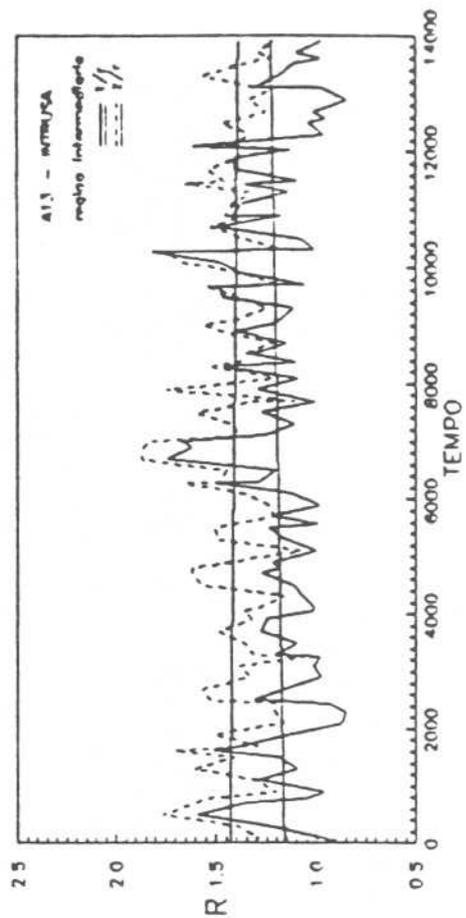
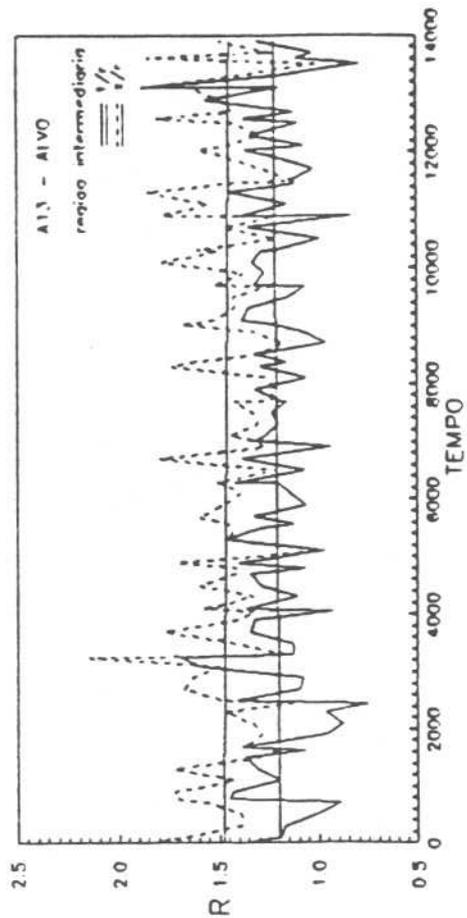


FIGURA B13

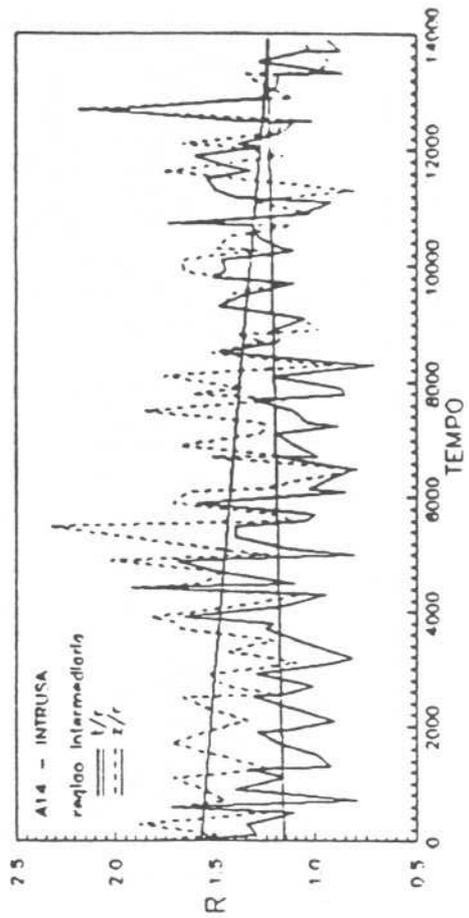
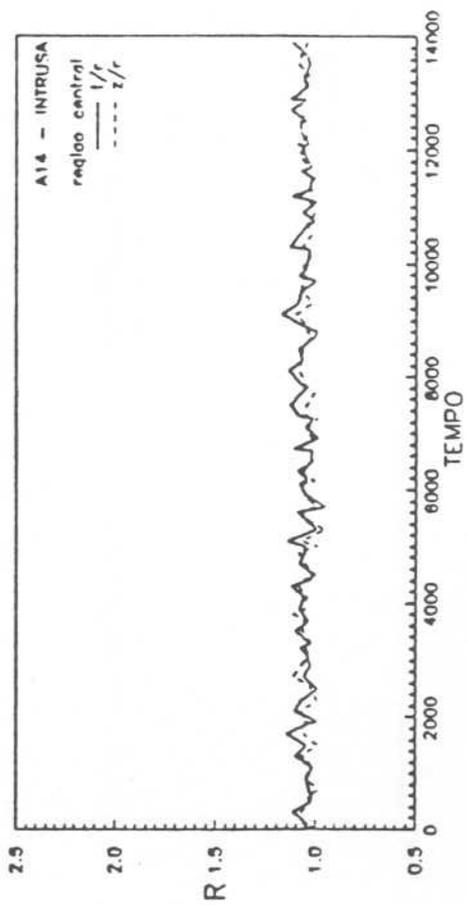
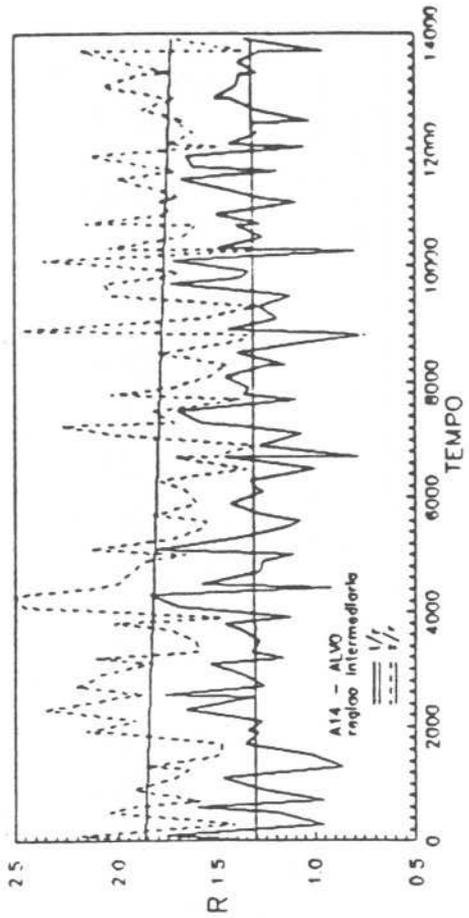
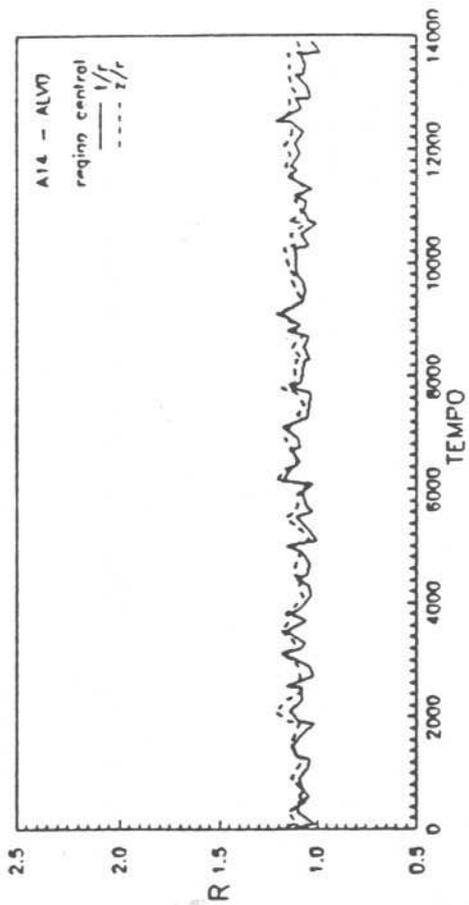


FIGURA B14

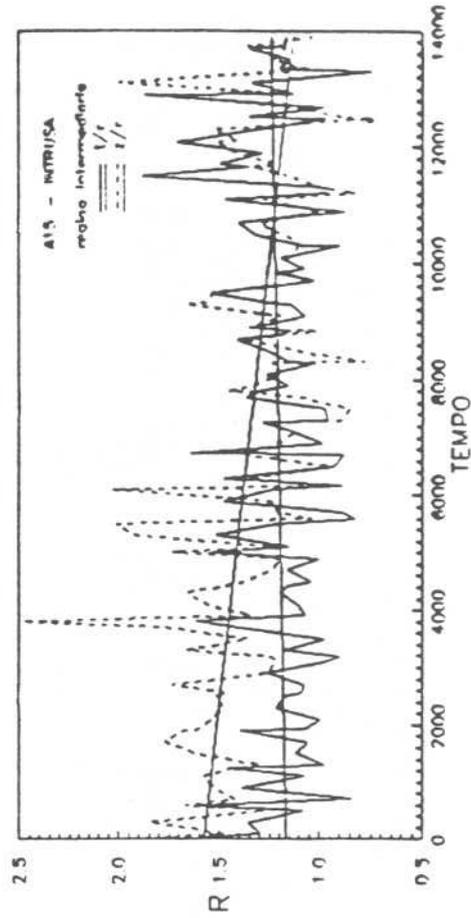
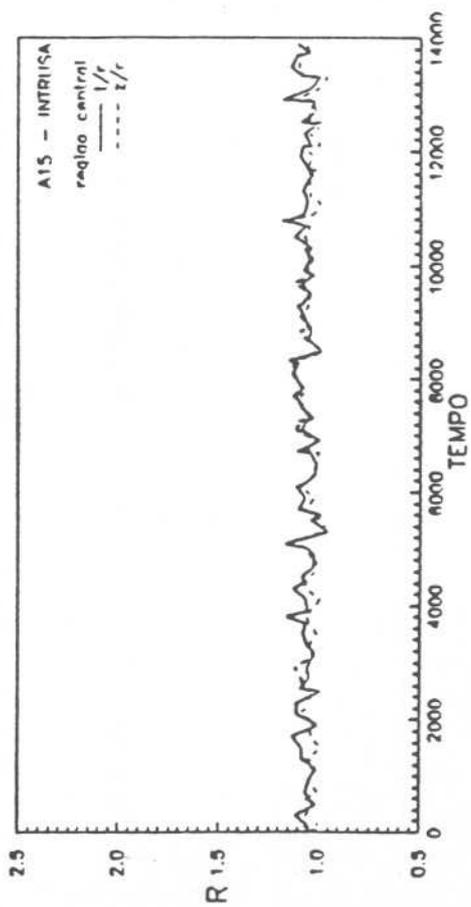
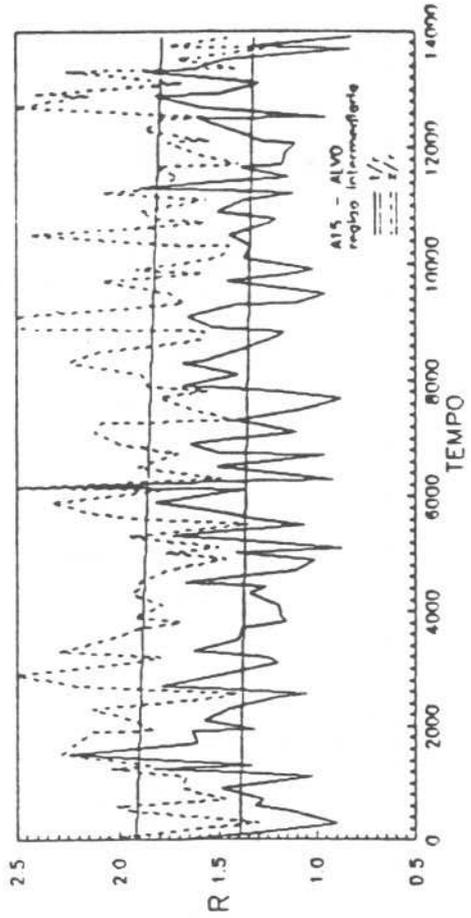
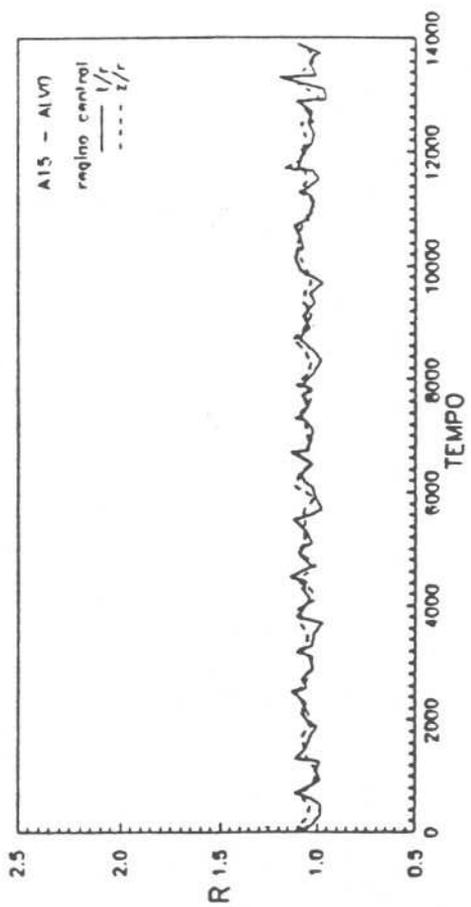


FIGURA B15

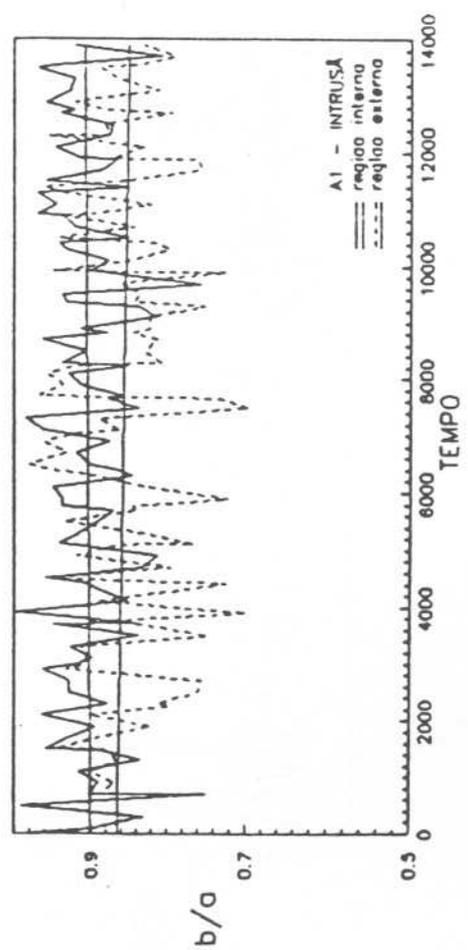
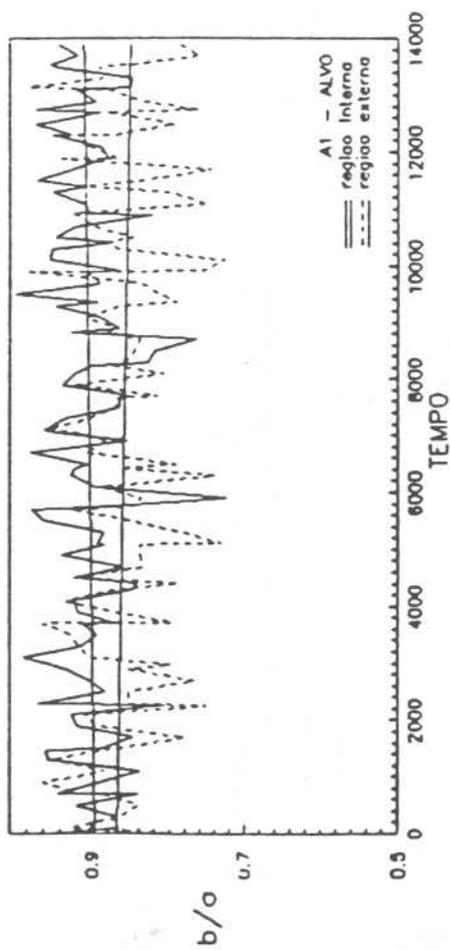
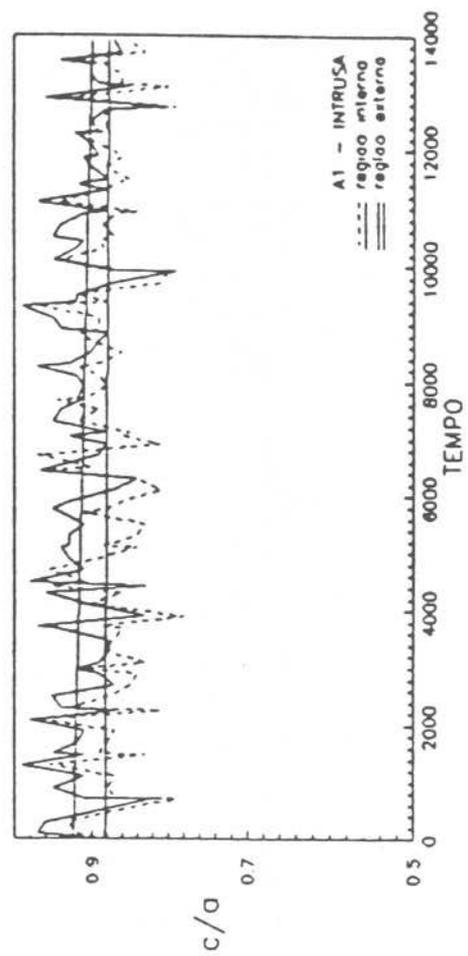
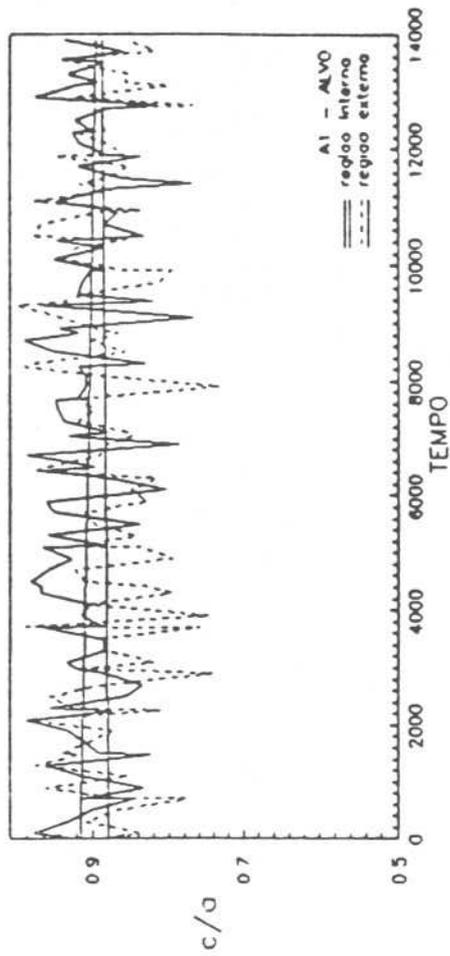


FIGURA C1

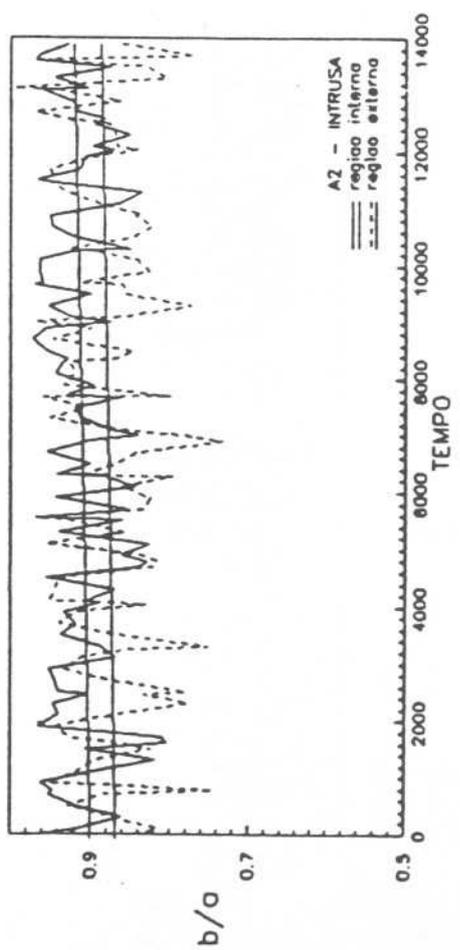
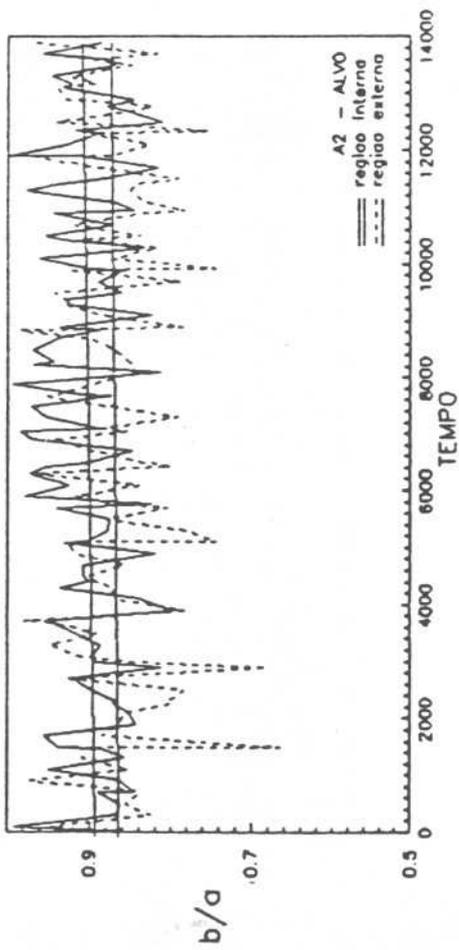
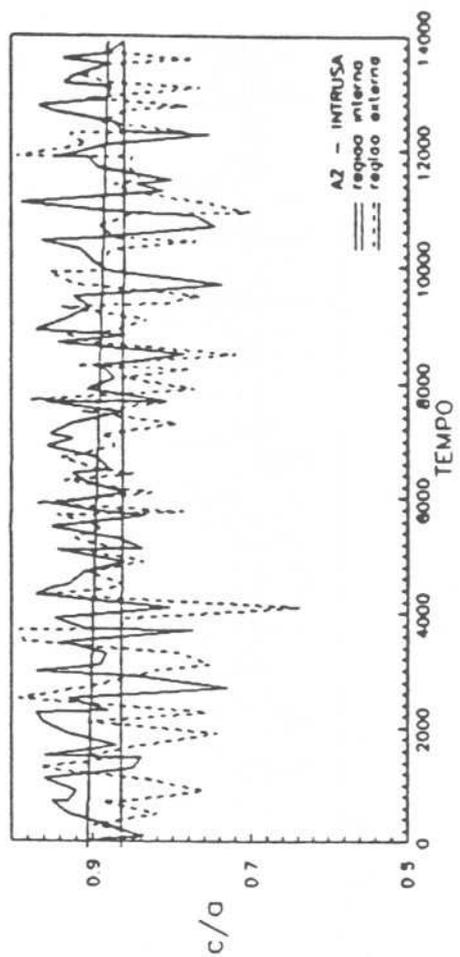
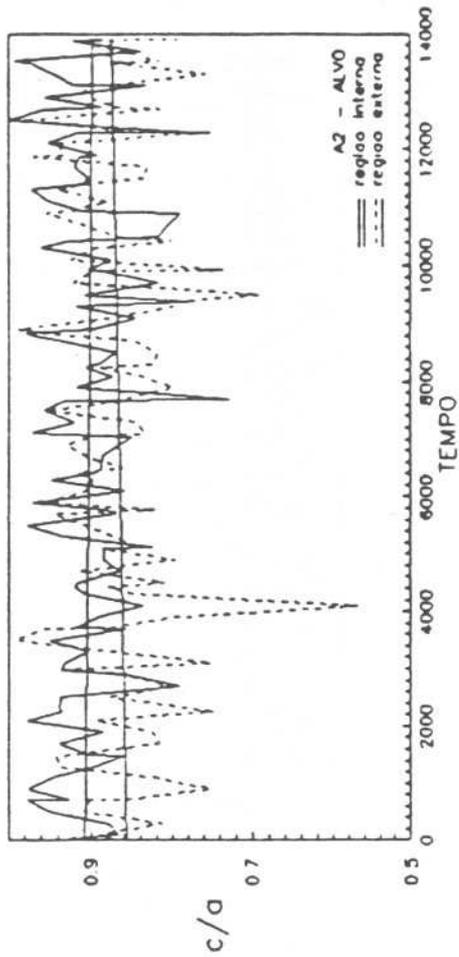


FIGURA C2

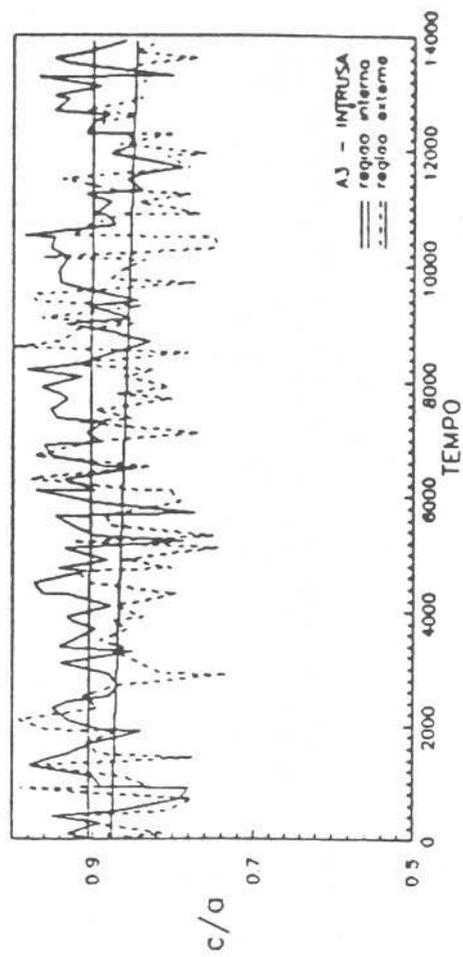
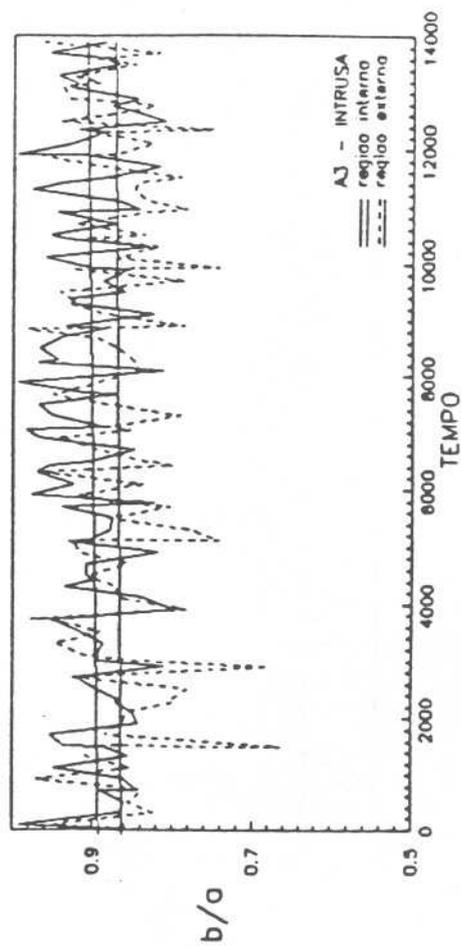
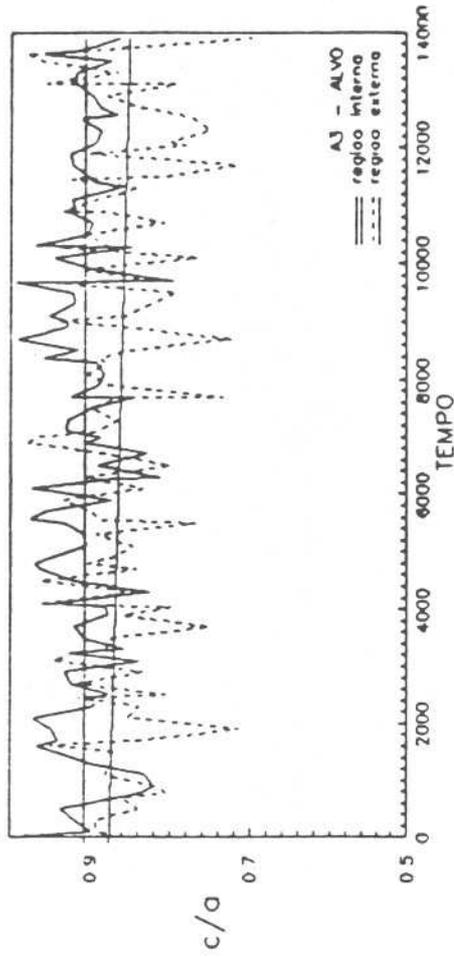
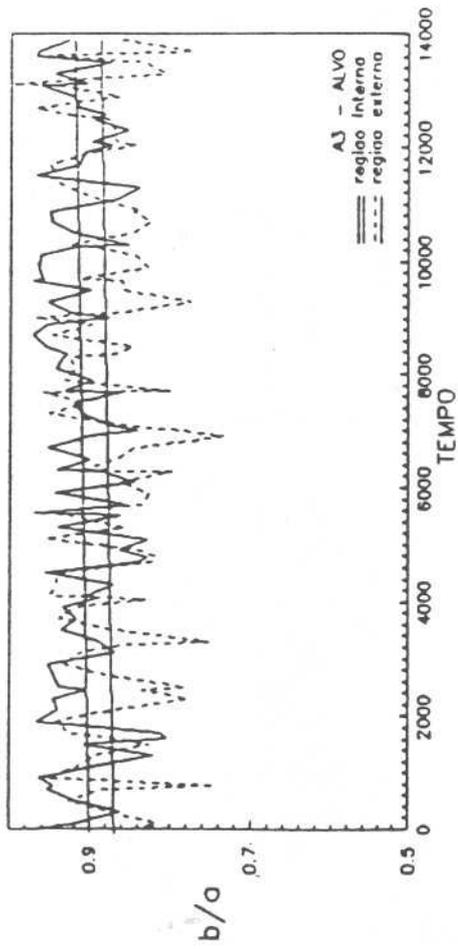


FIGURA C3

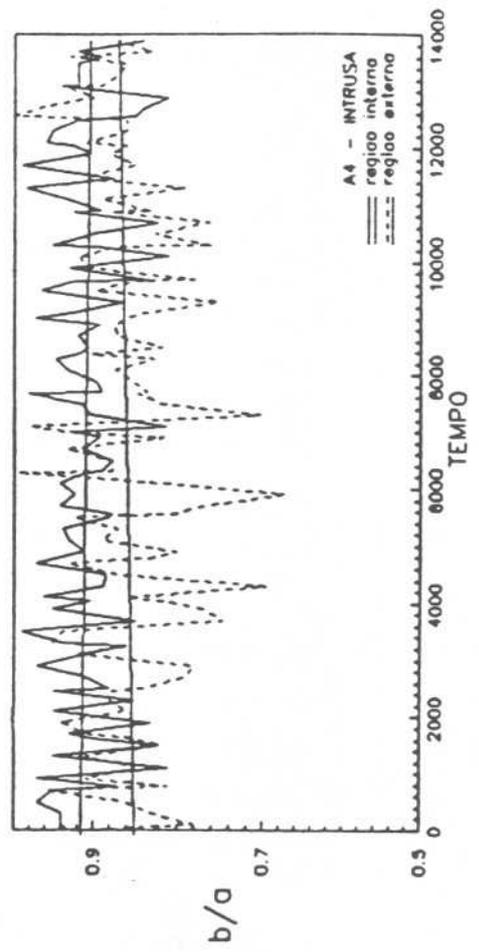
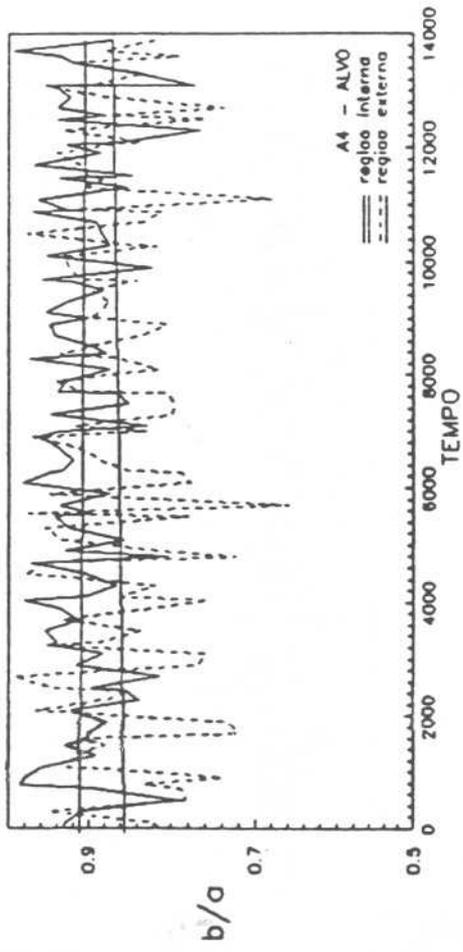
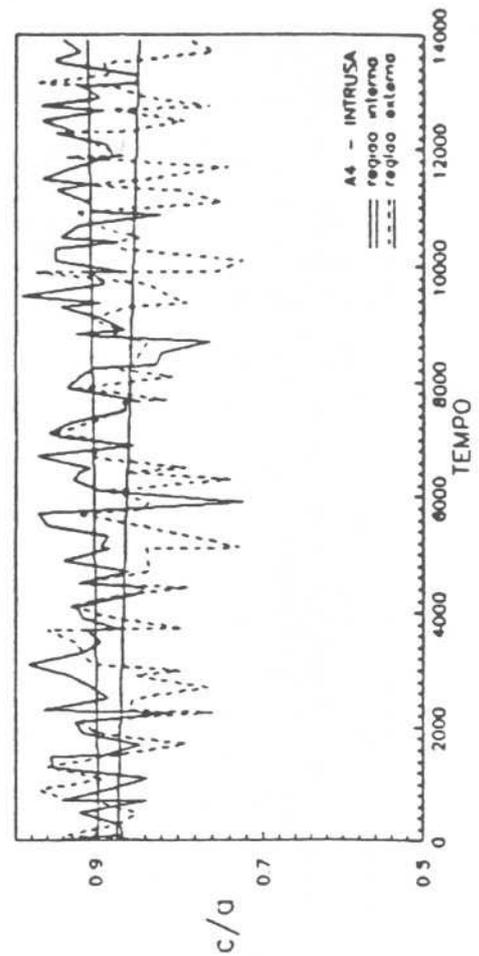
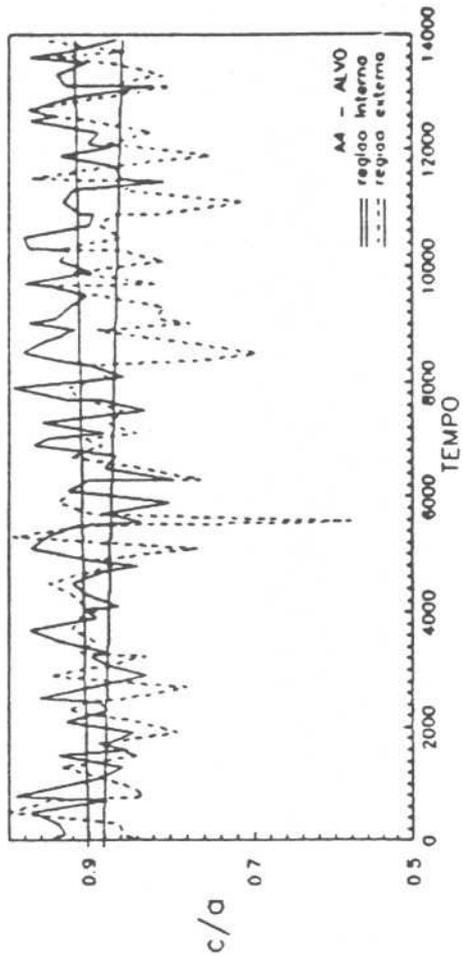


FIGURA C4

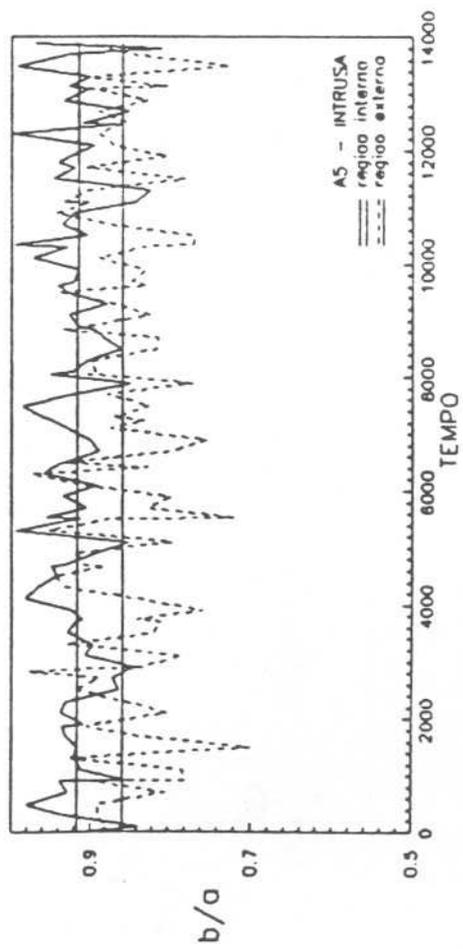
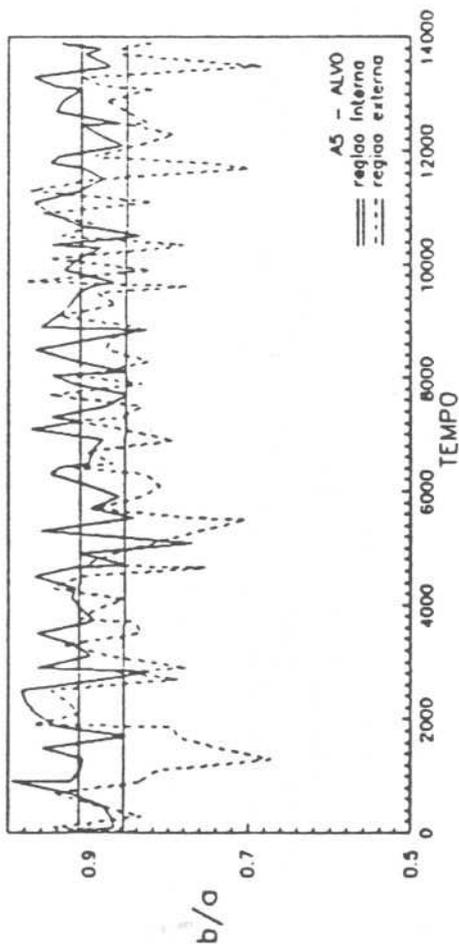
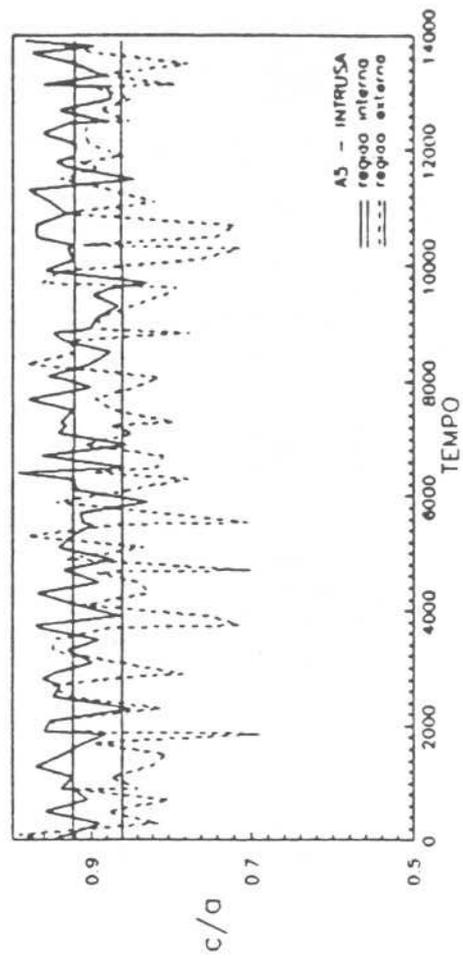
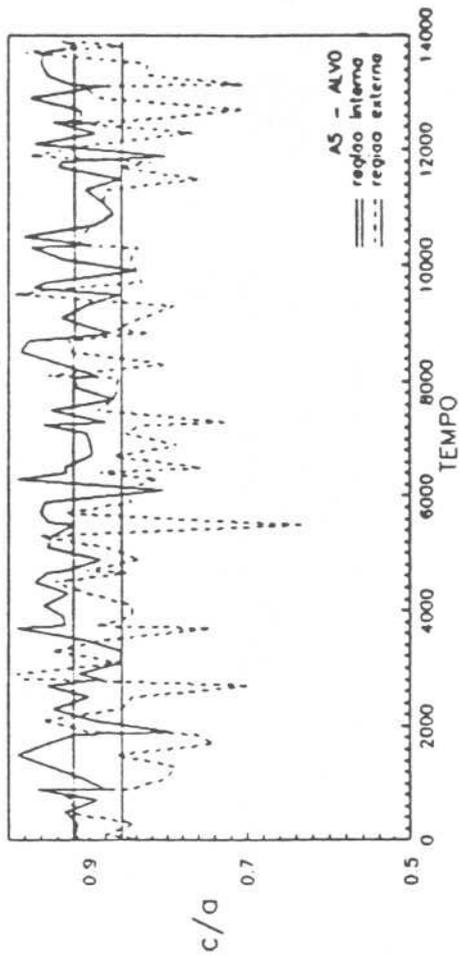


FIGURA C5

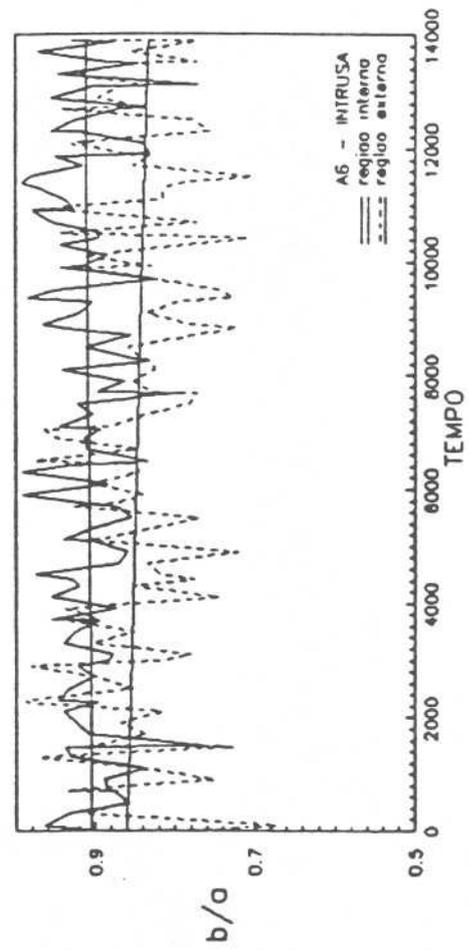
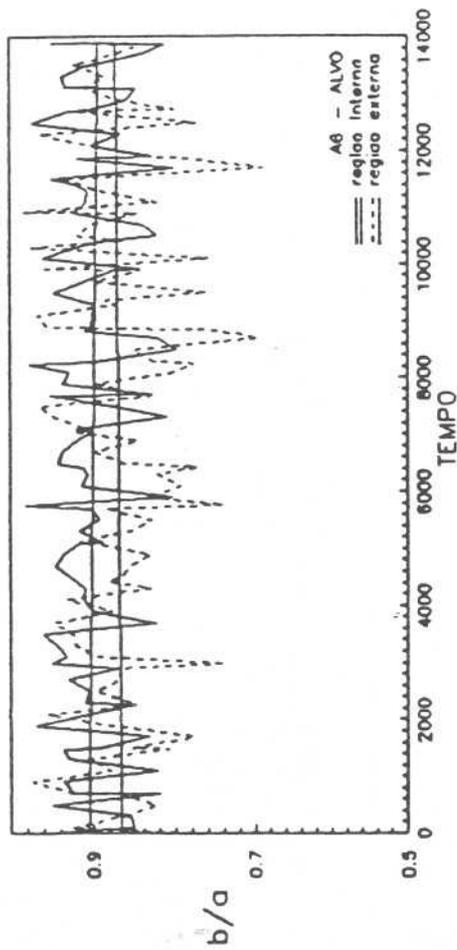
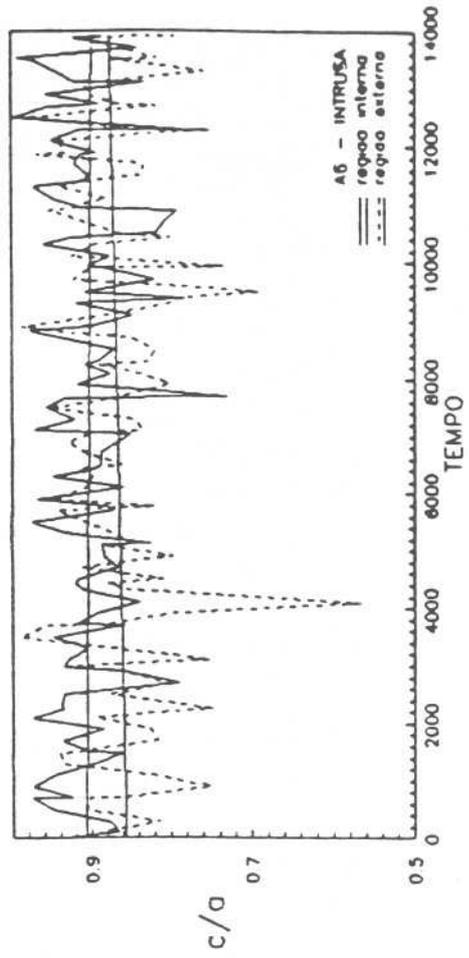
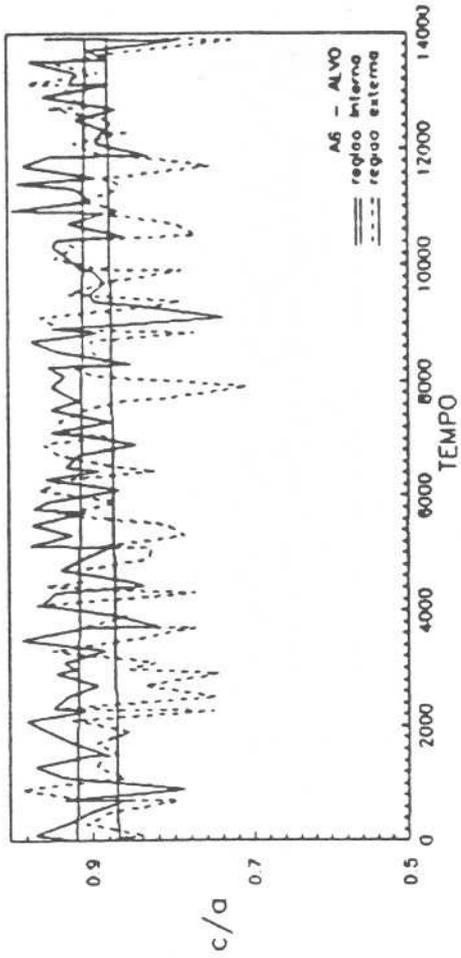


FIGURA C6

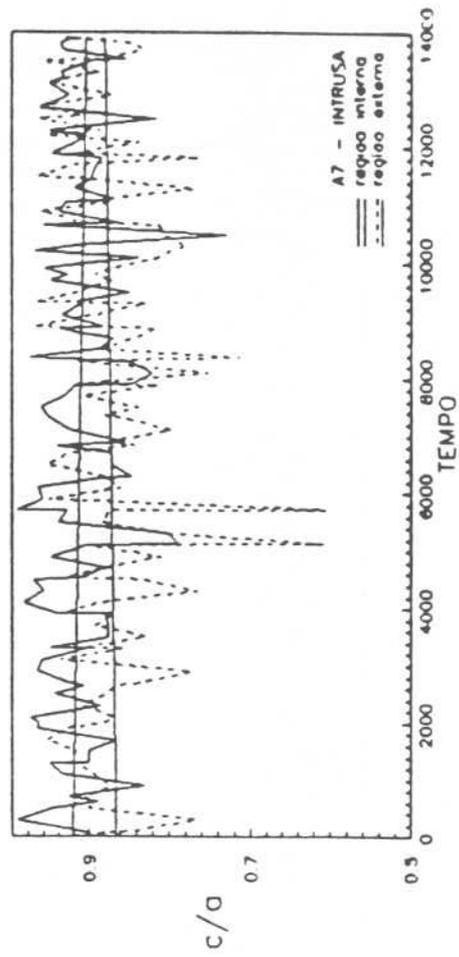
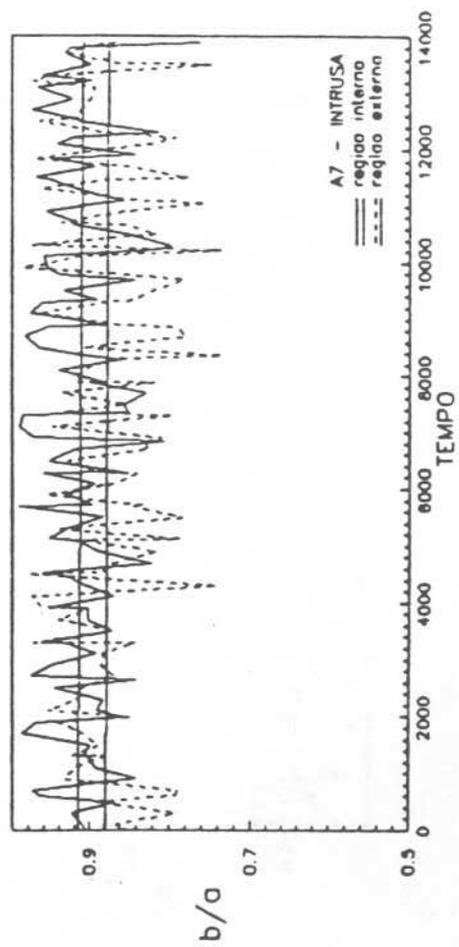
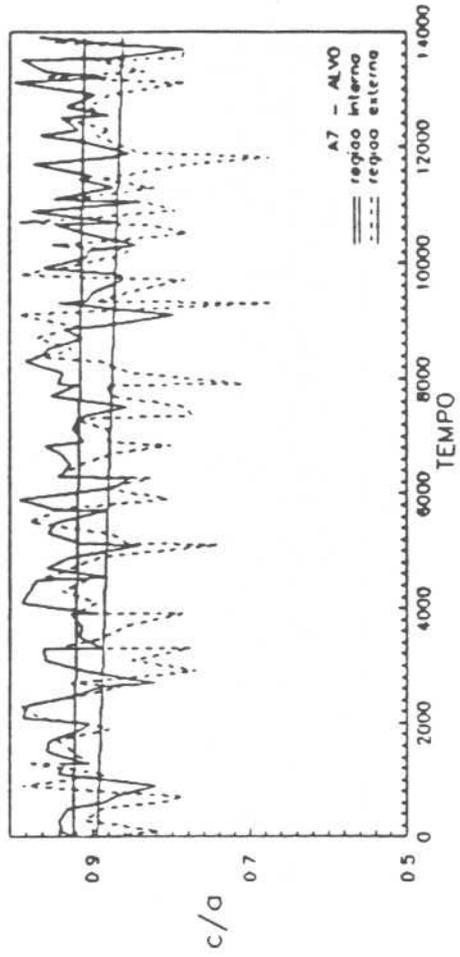
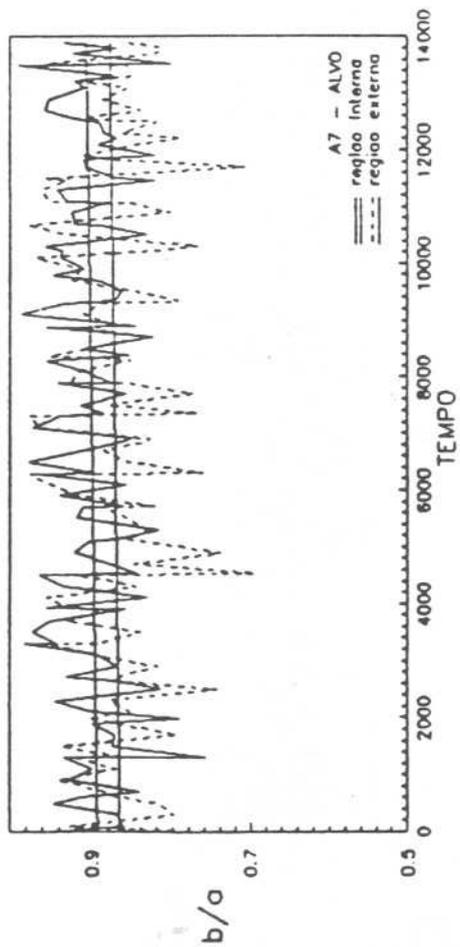


FIGURA C7

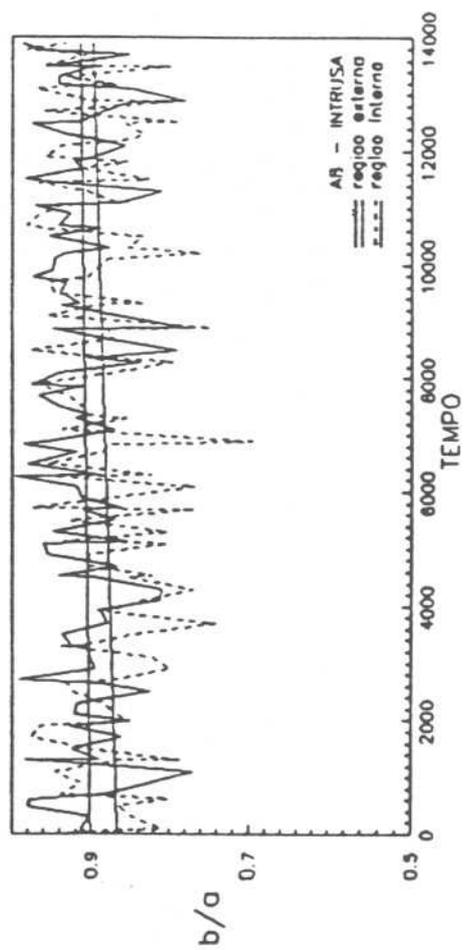
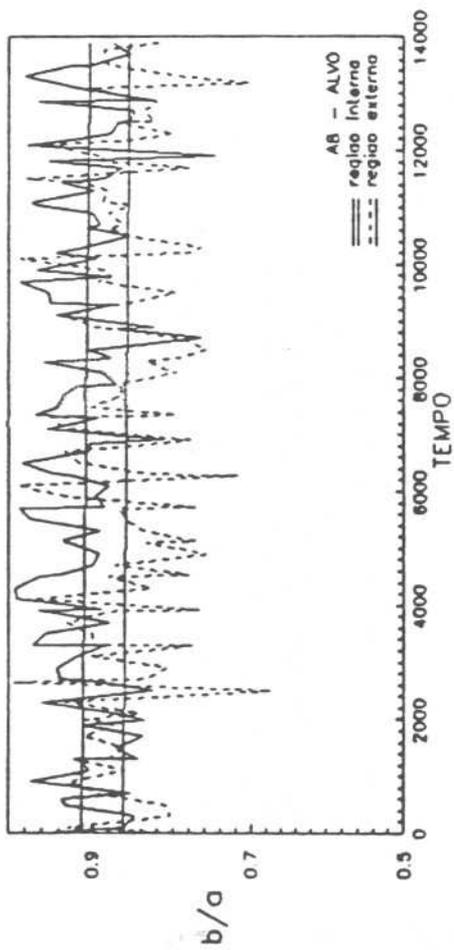
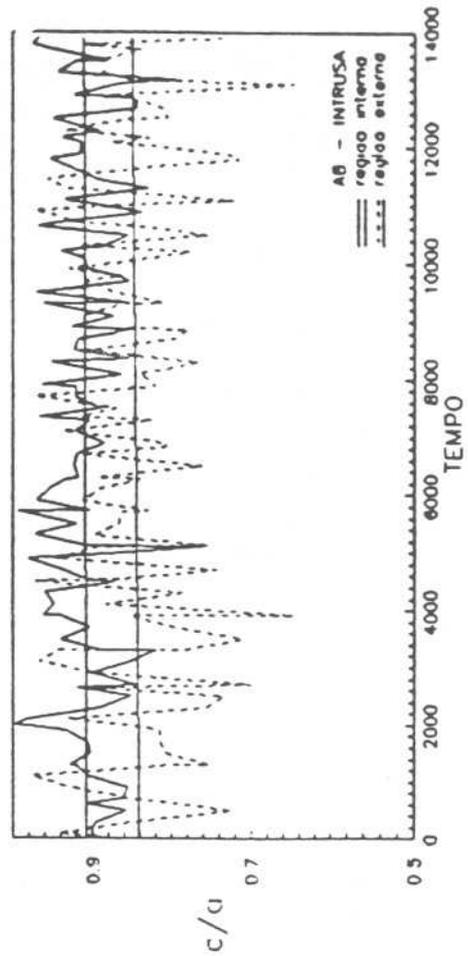
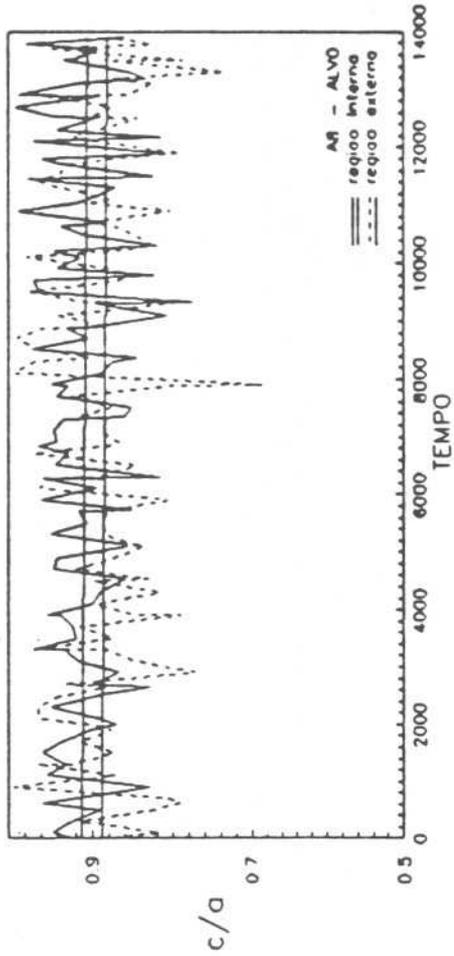


FIGURA C8

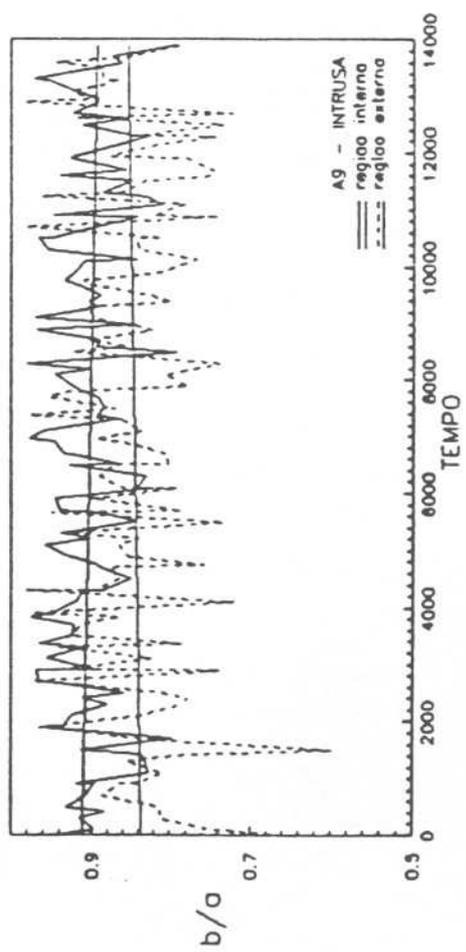
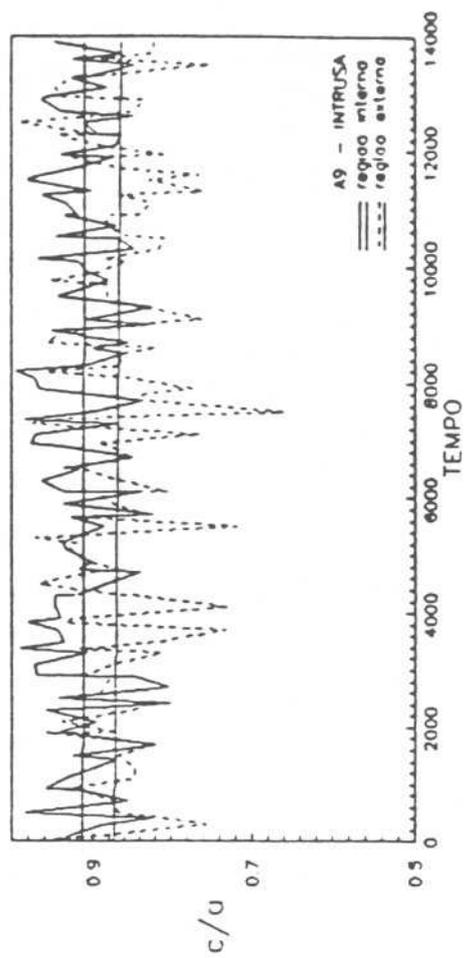
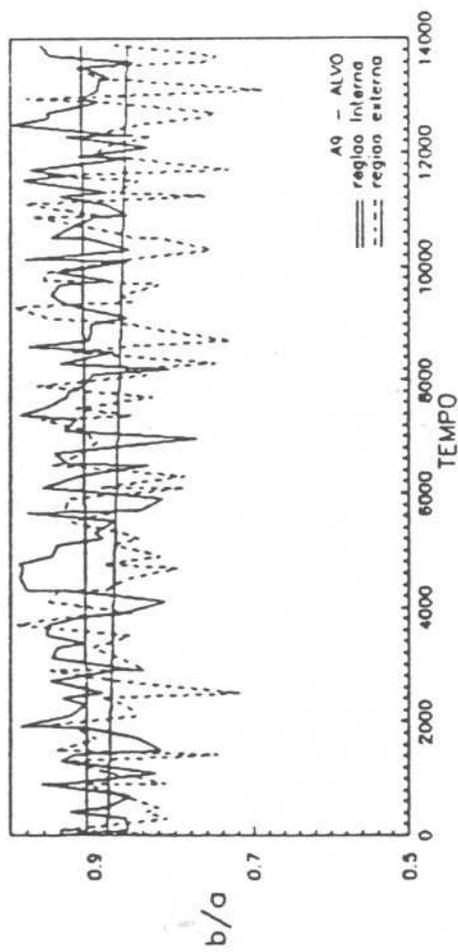
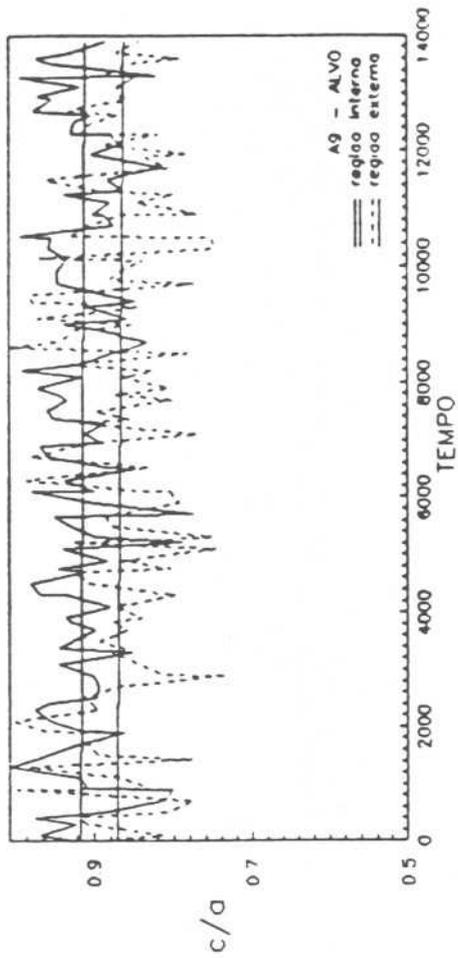


FIGURA C9

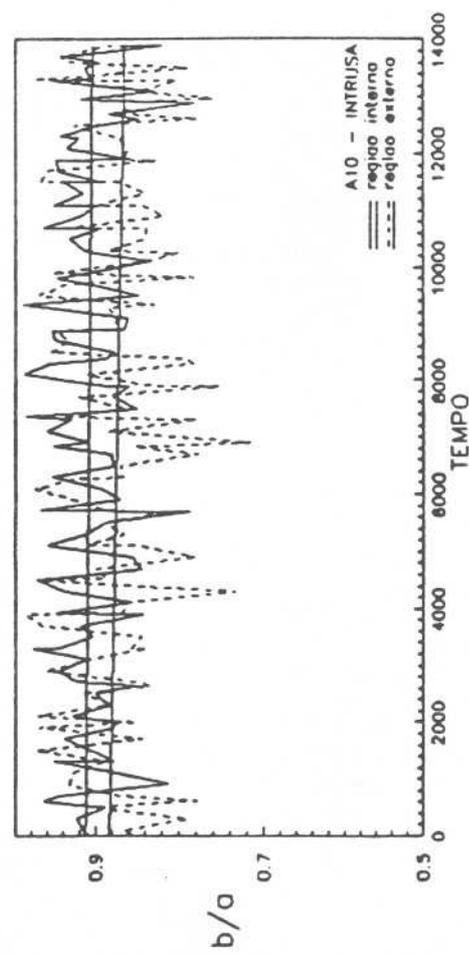
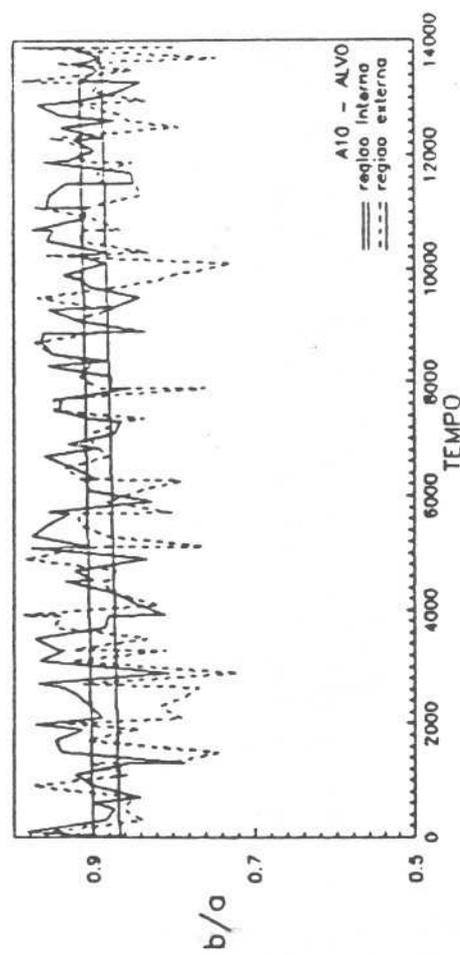
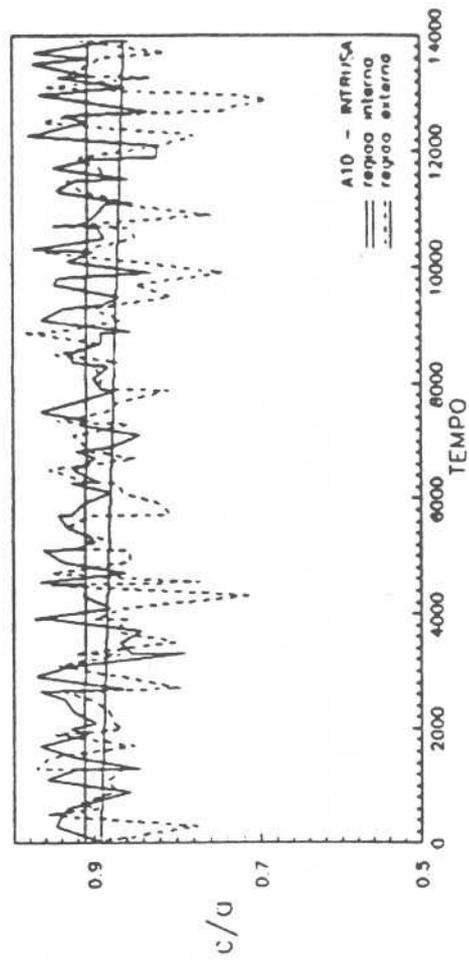
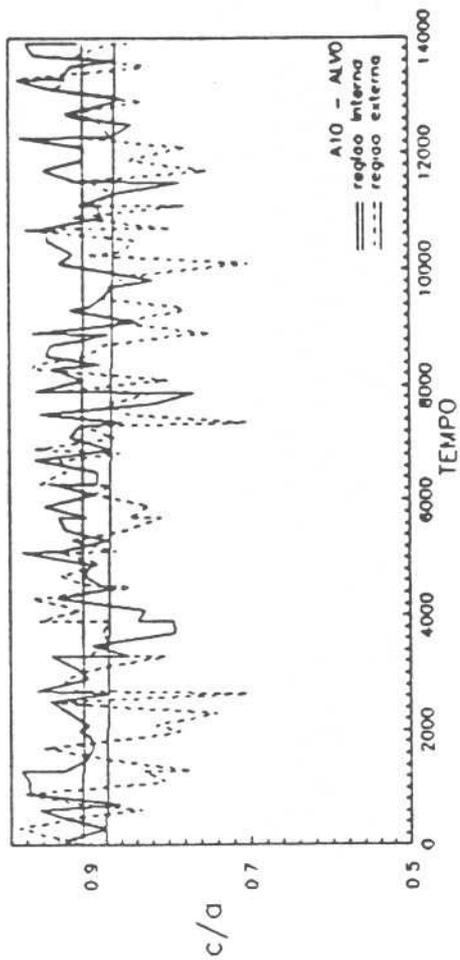


FIGURA C10

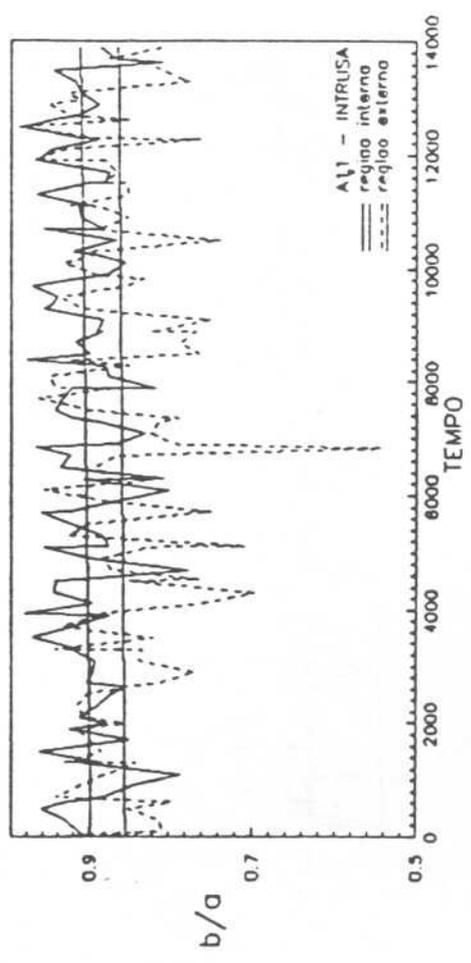
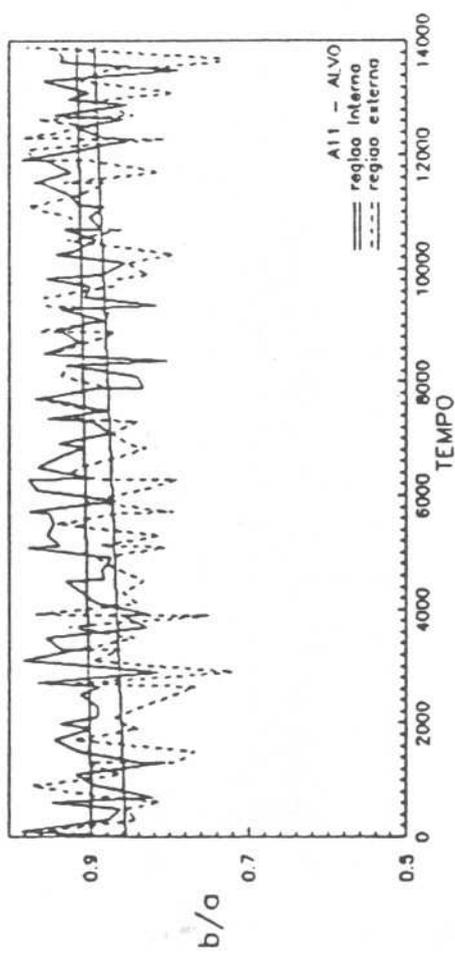
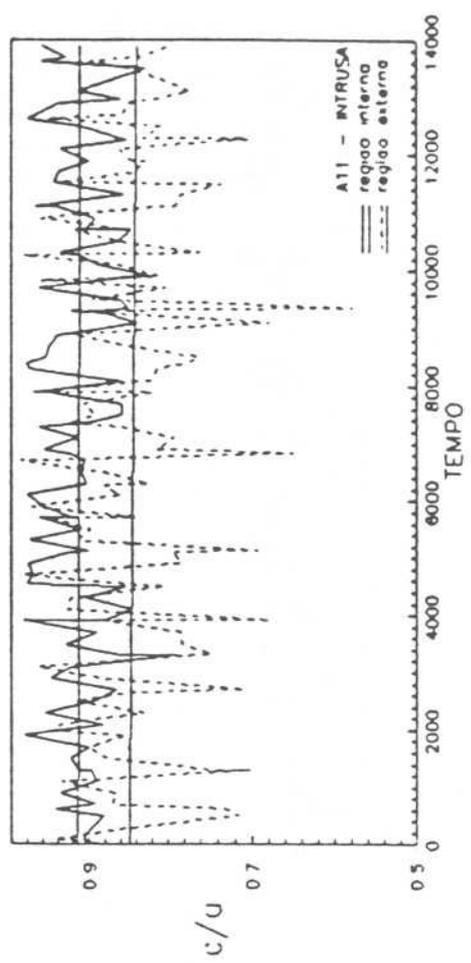
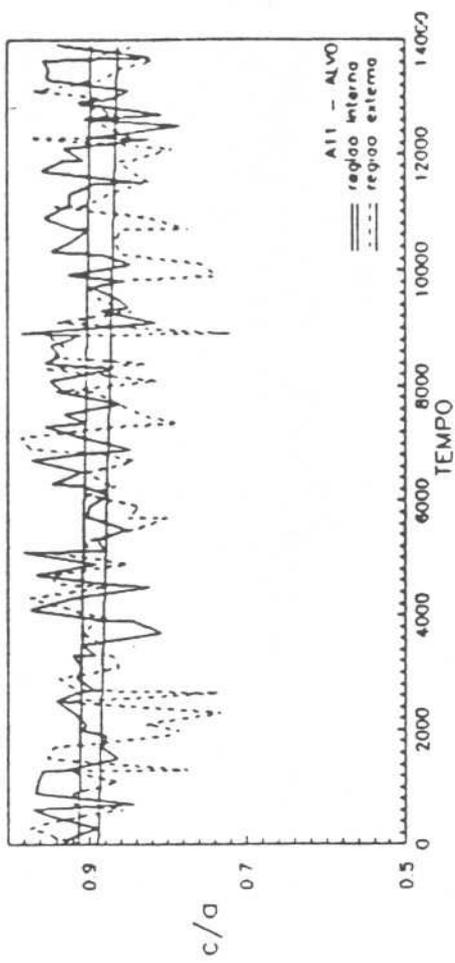


FIGURA C11

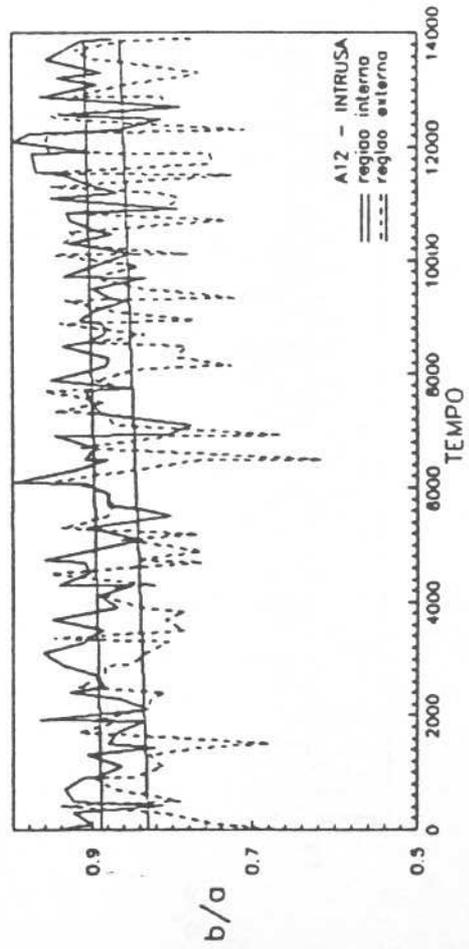
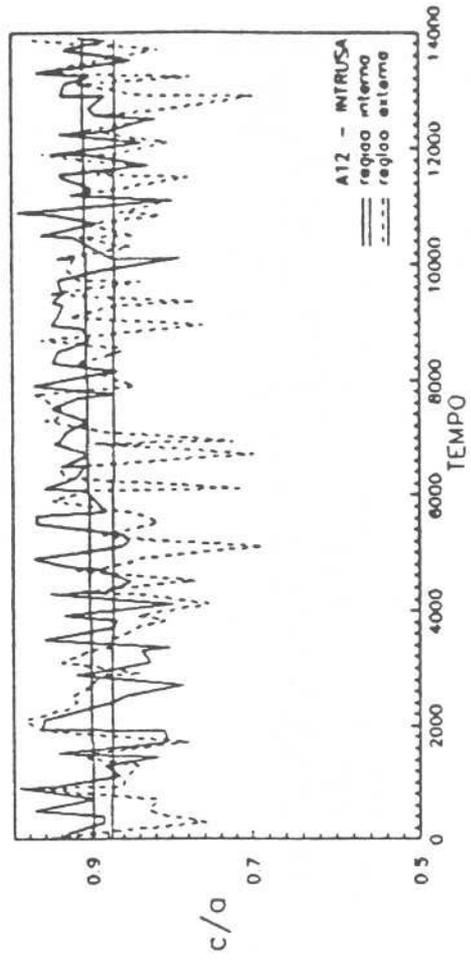
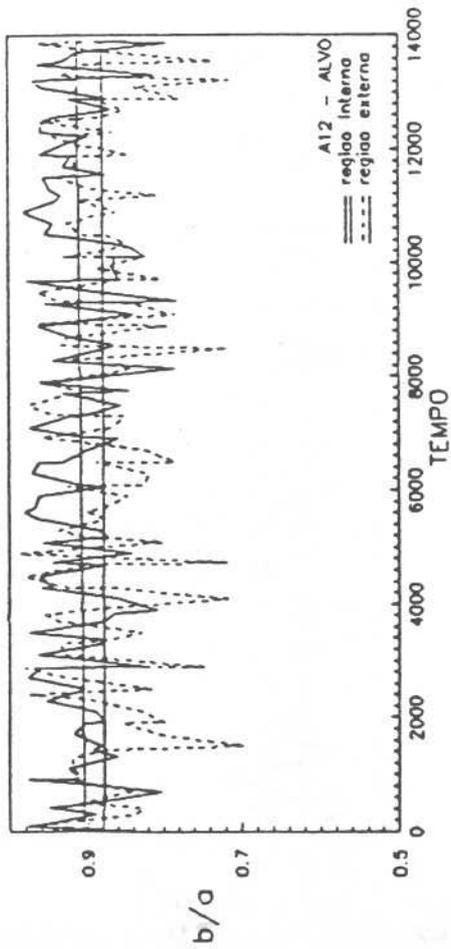
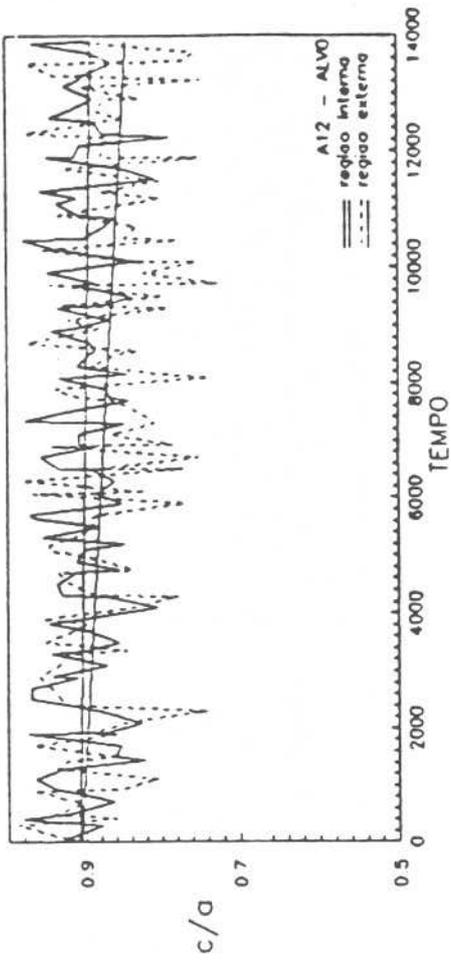


FIGURA C12

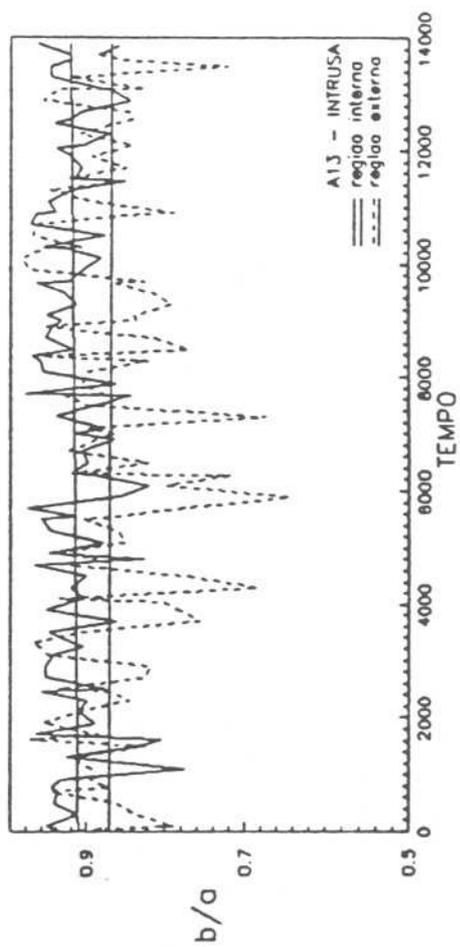
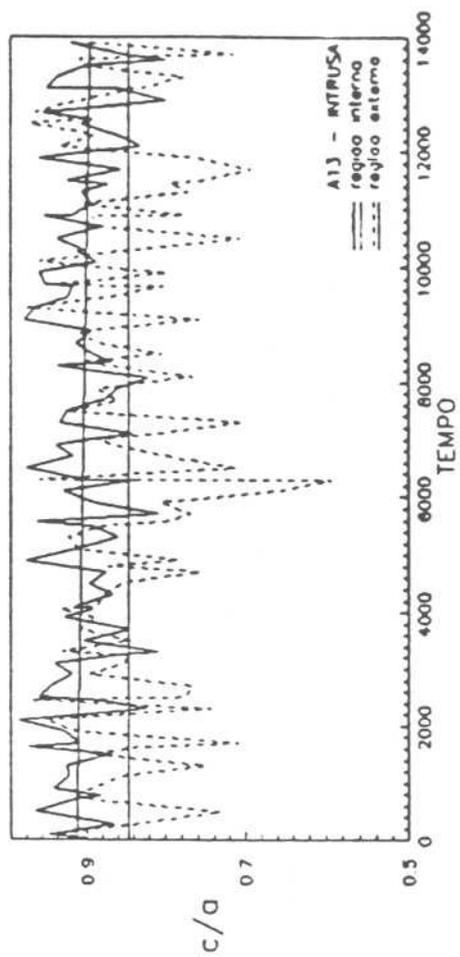
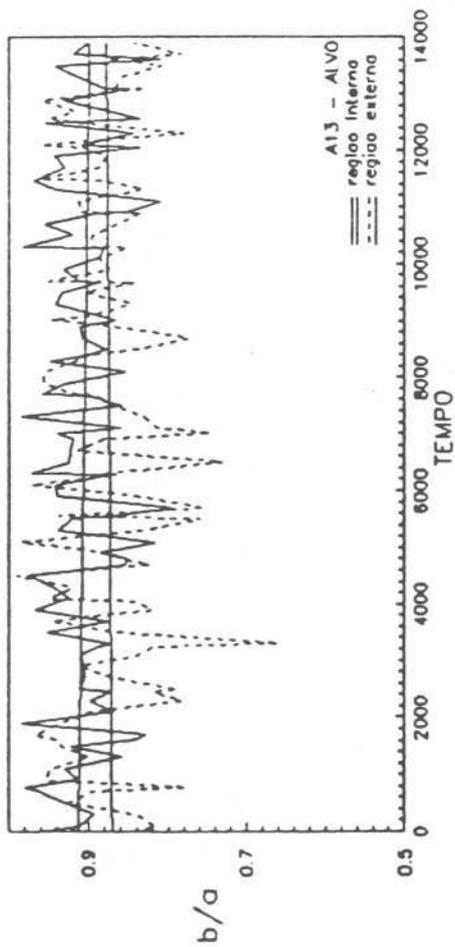
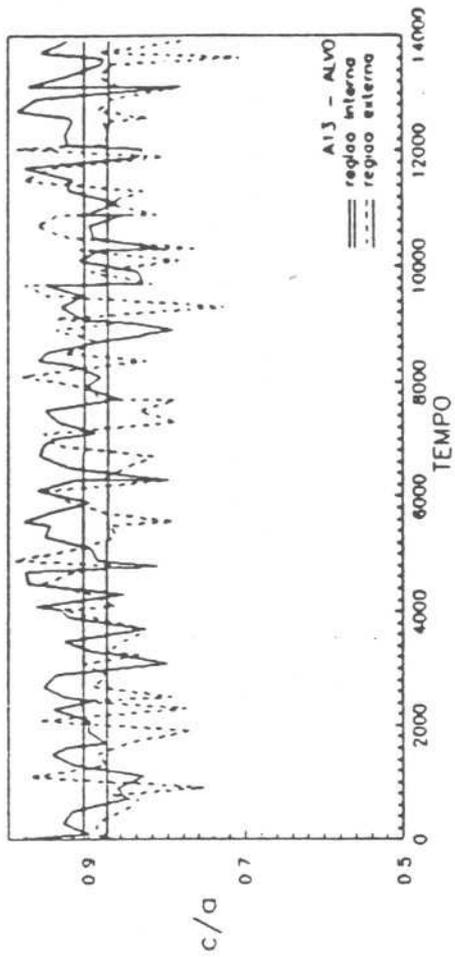


FIGURA C13

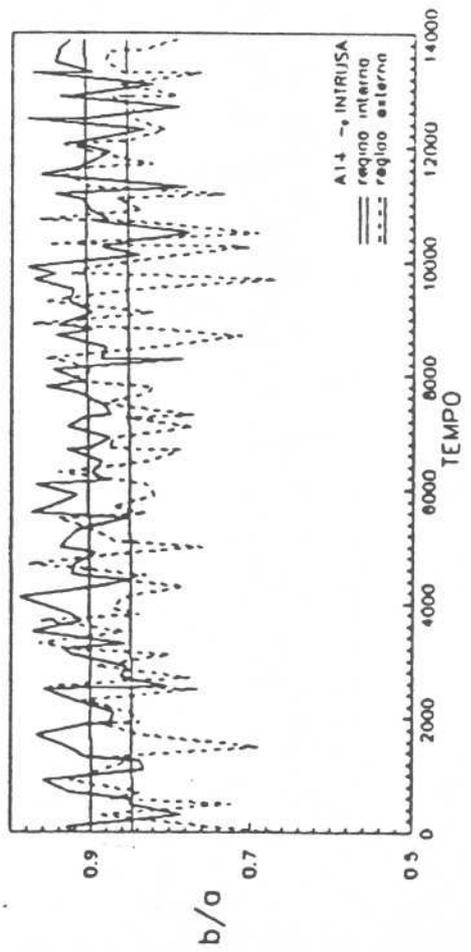
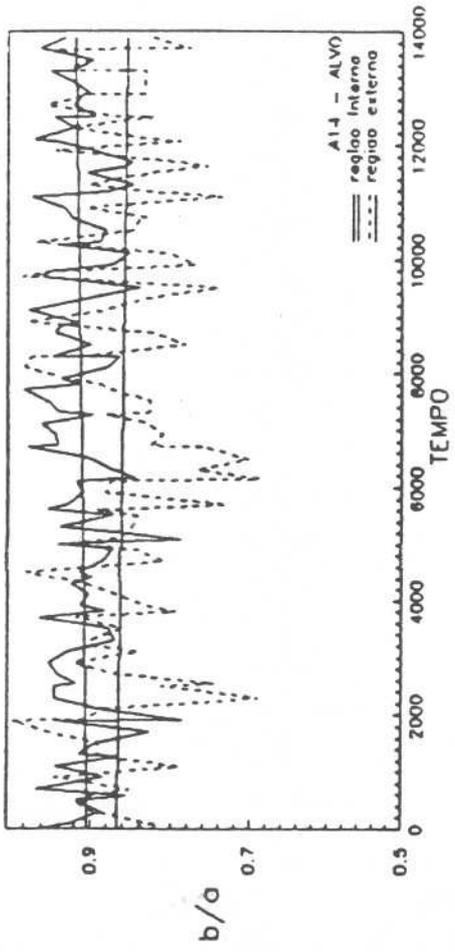
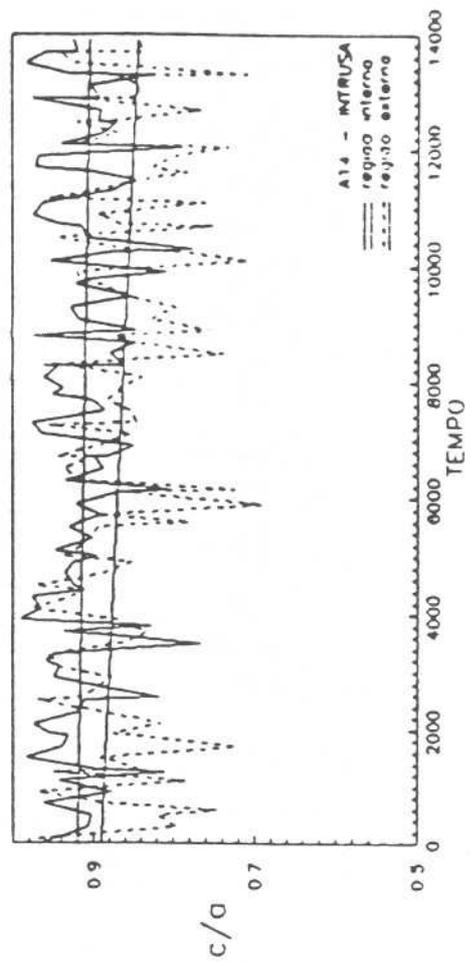
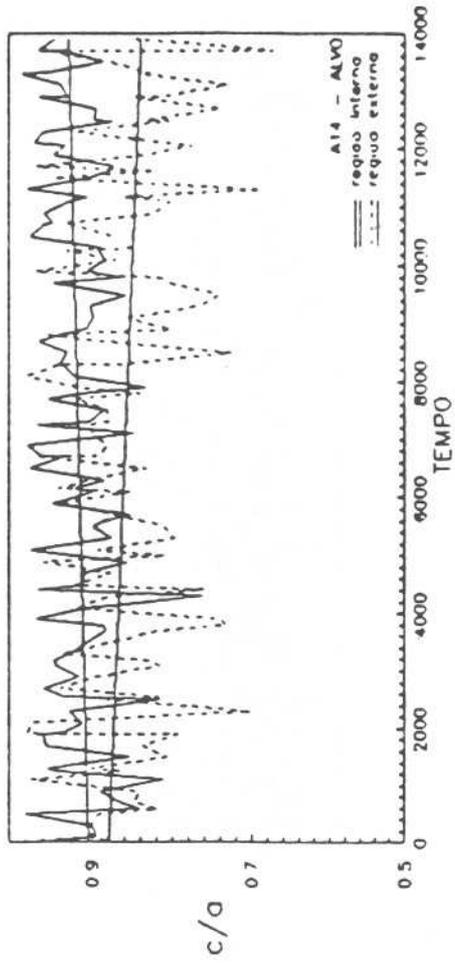


FIGURA C14

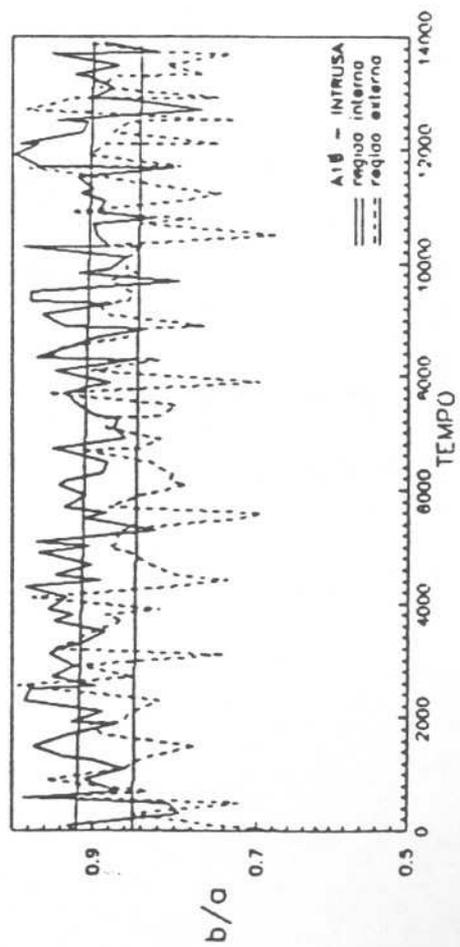
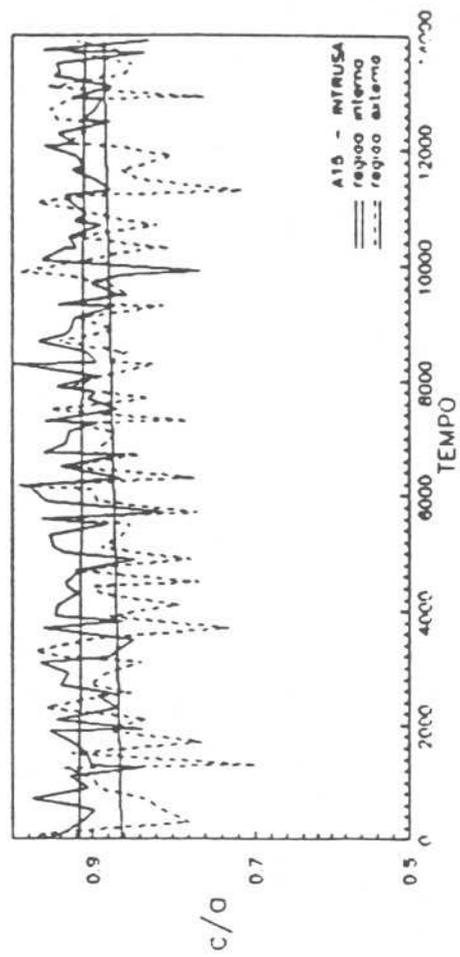
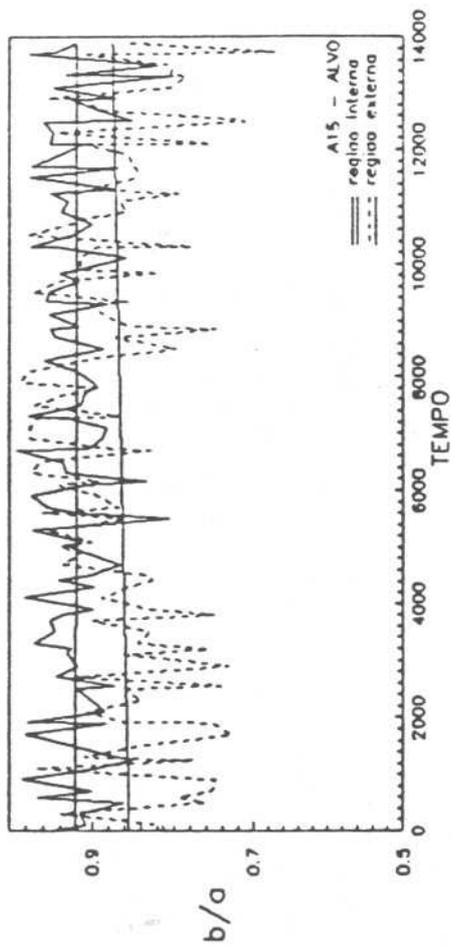
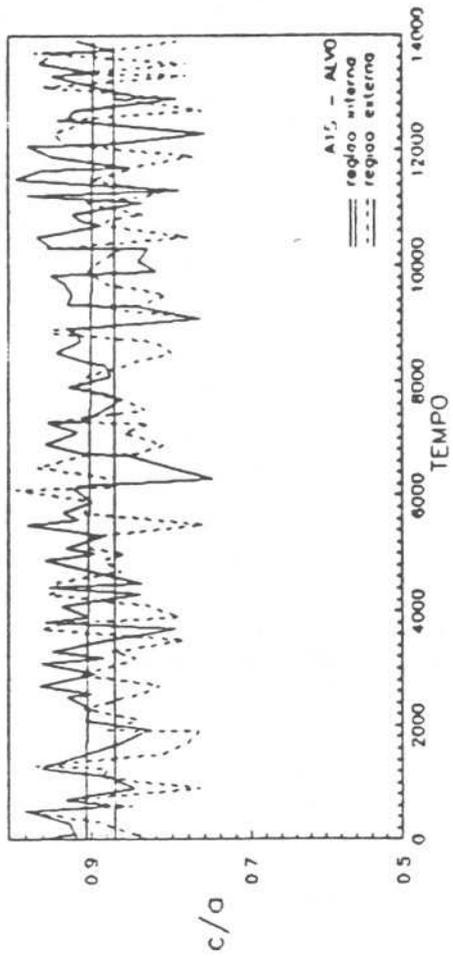


FIGURA C15

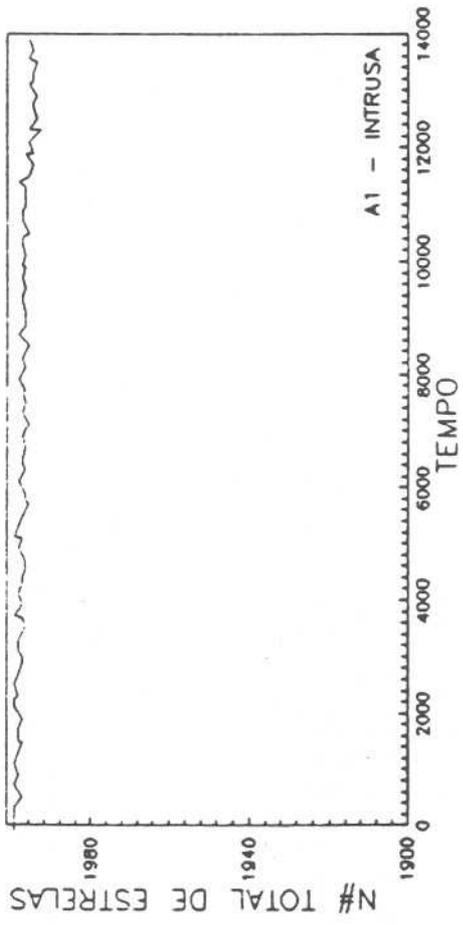


FIGURA D1

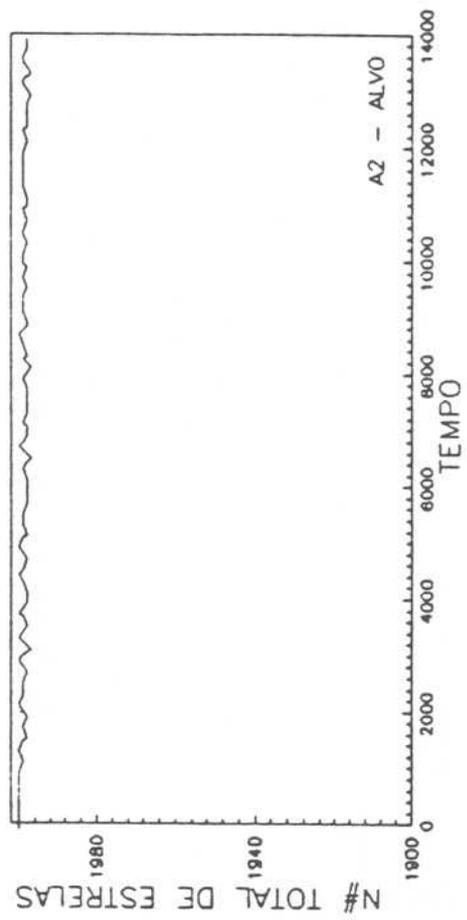
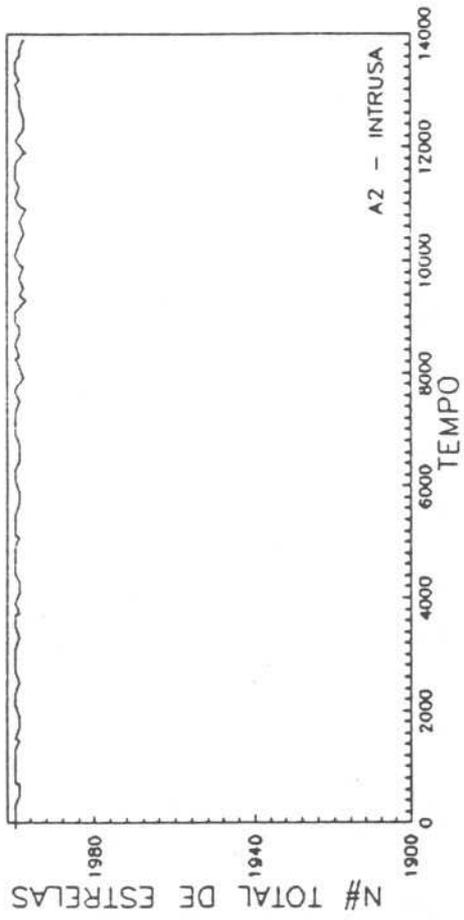


FIGURA D2

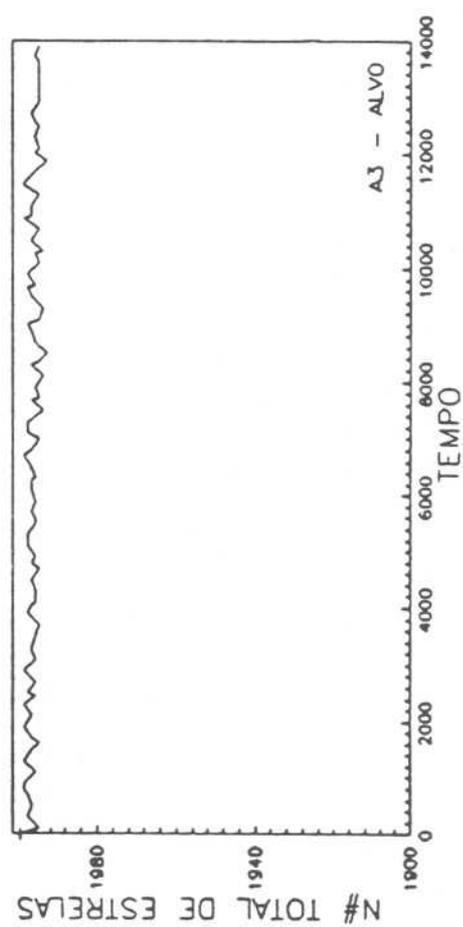
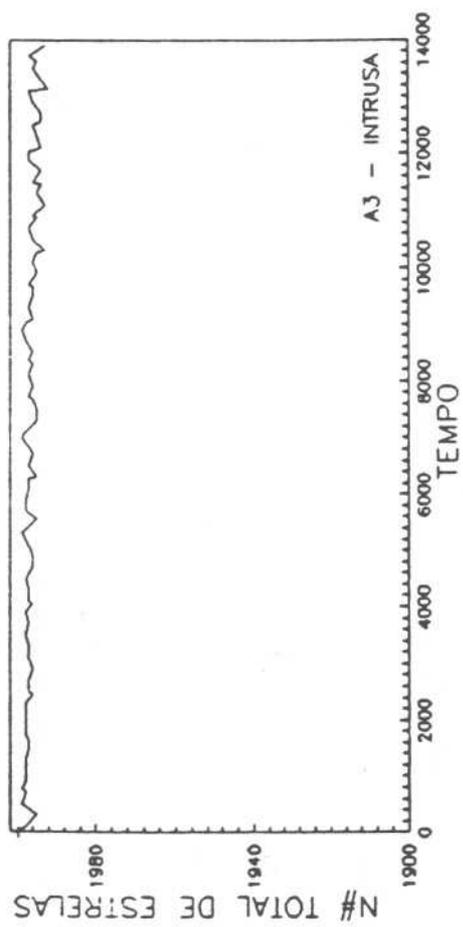


FIGURA D3

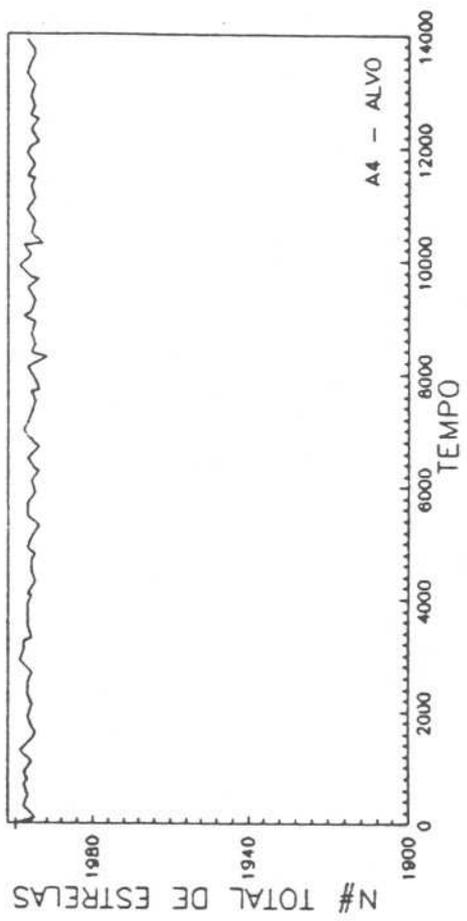


FIGURA D4

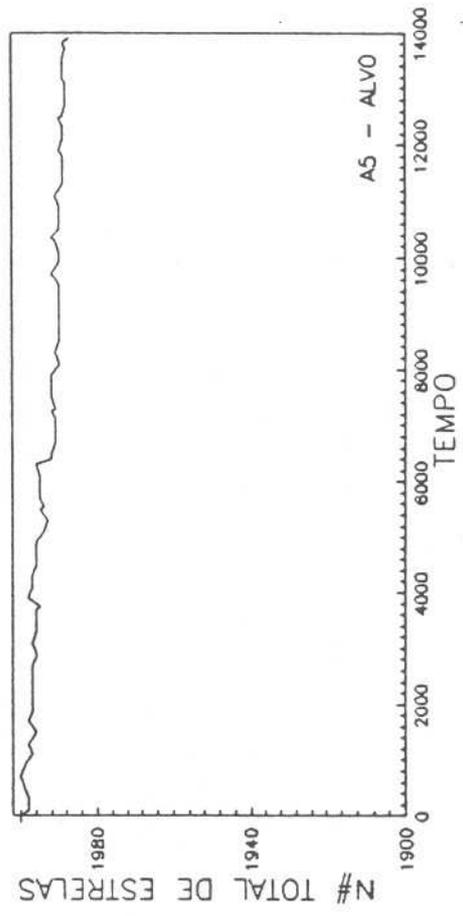


FIGURA D5

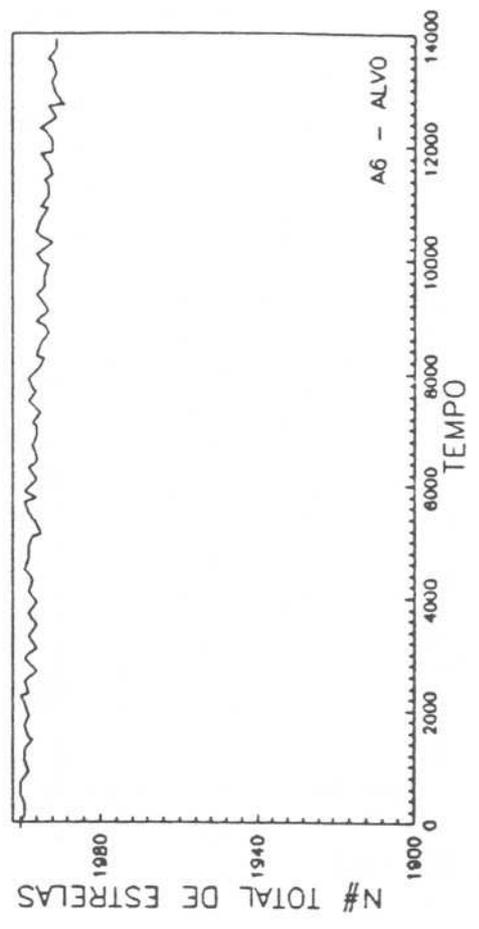


FIGURA D6

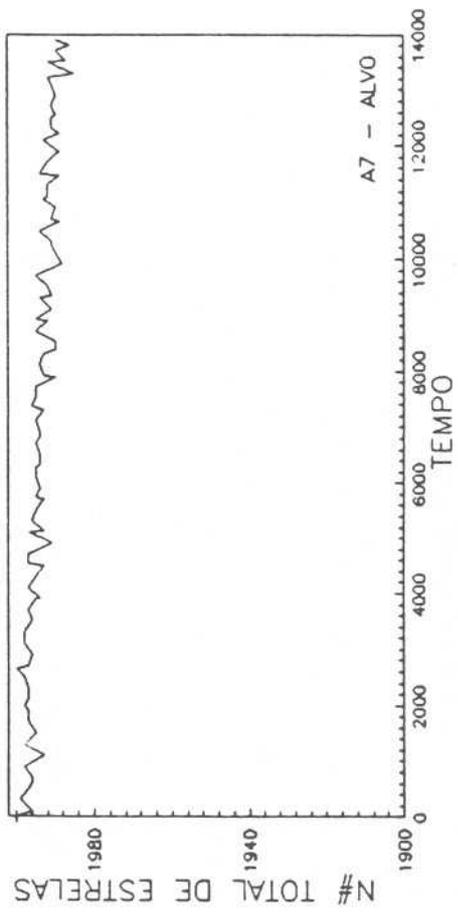
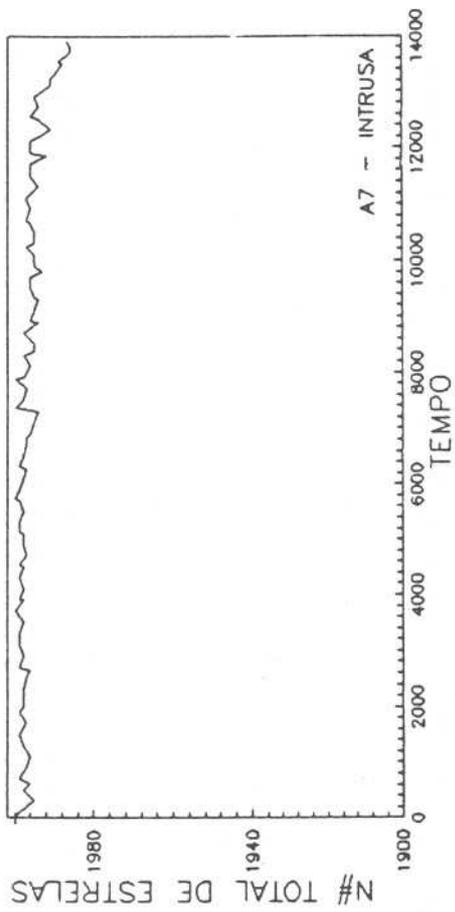


FIGURA D7

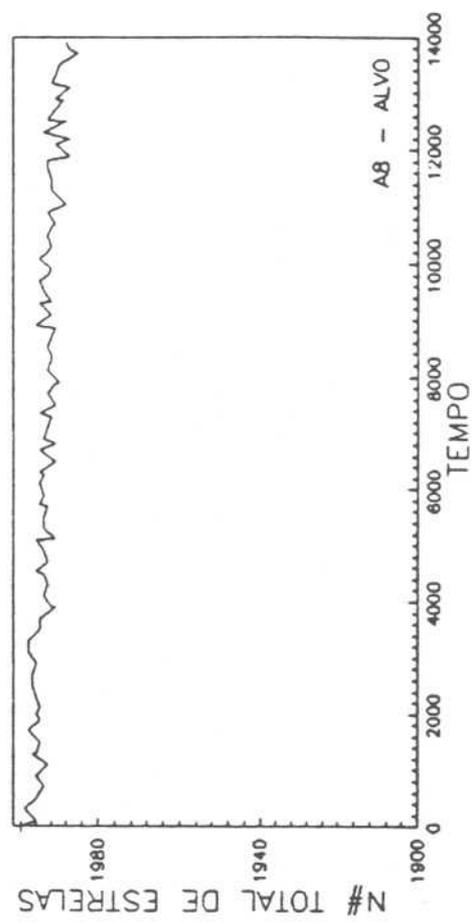
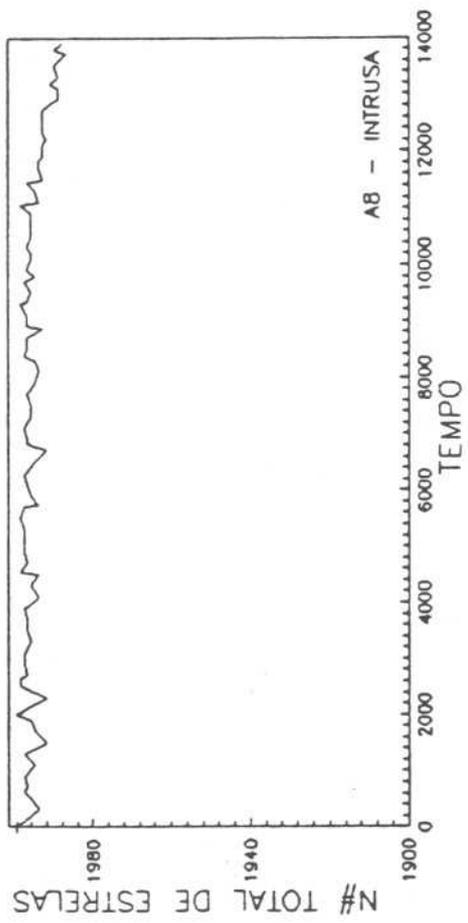


FIGURA D8

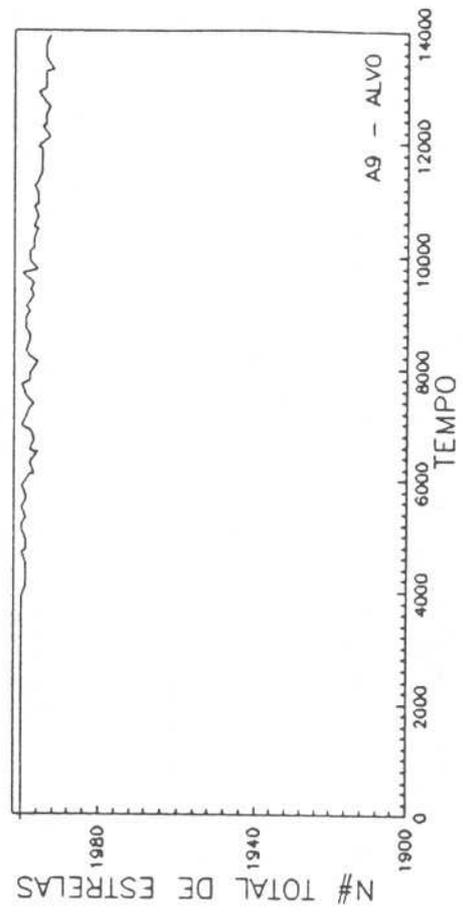
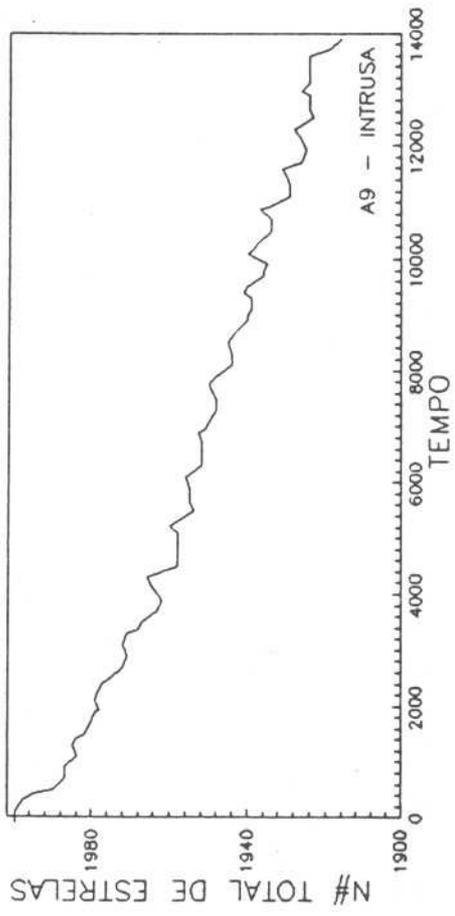


FIGURA D9

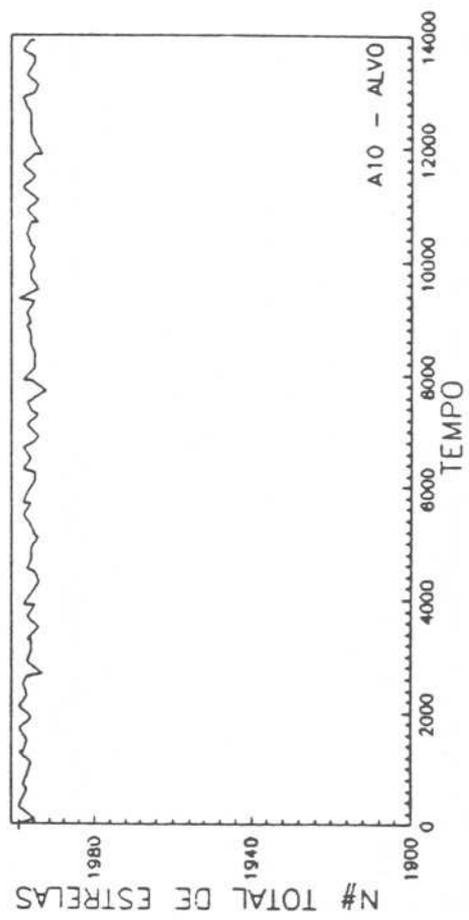
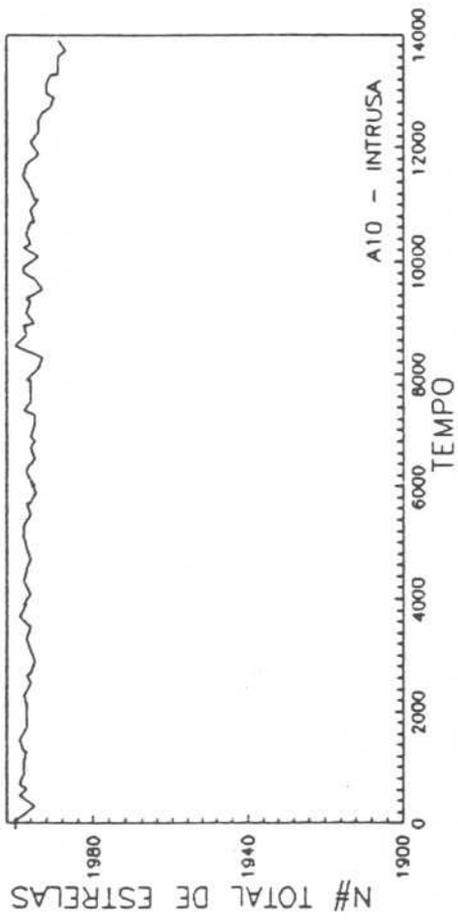


FIGURA D10

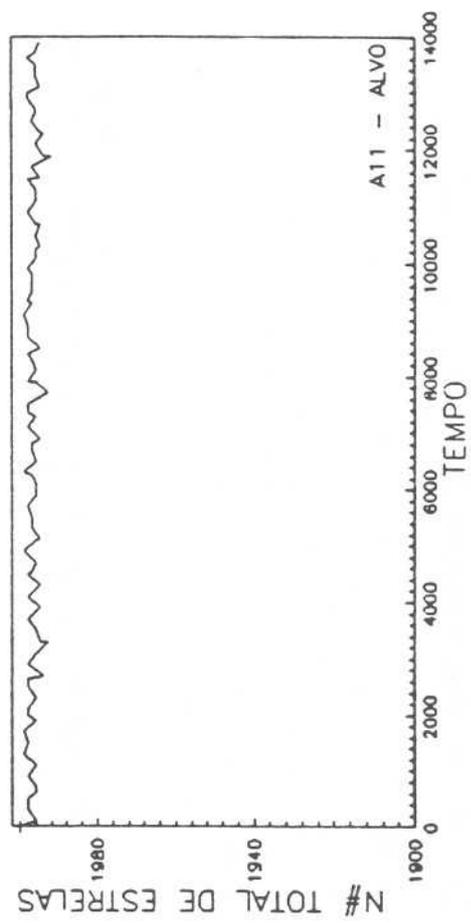
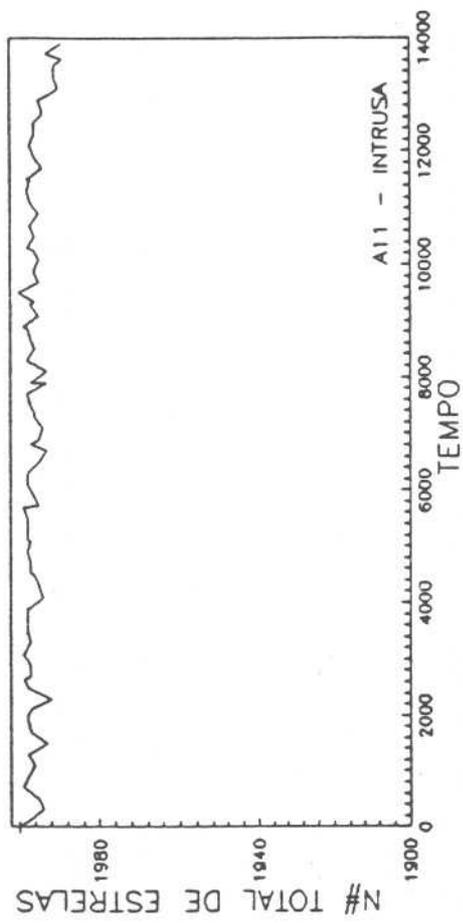


FIGURA D11

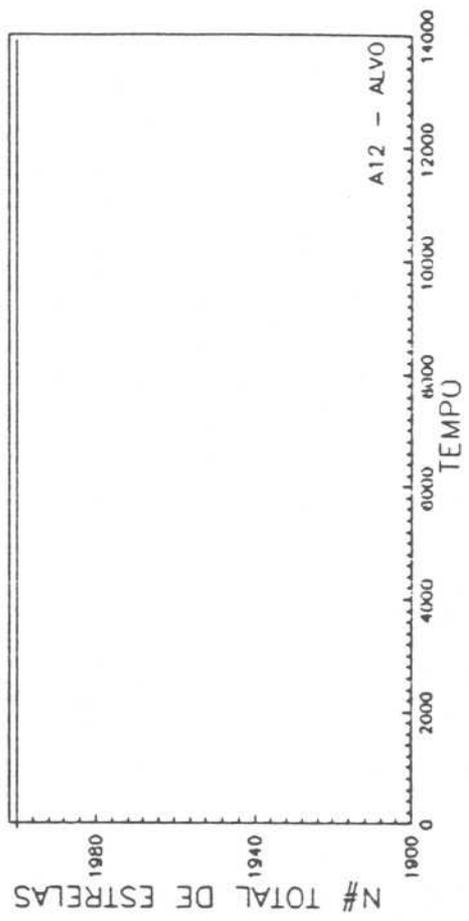
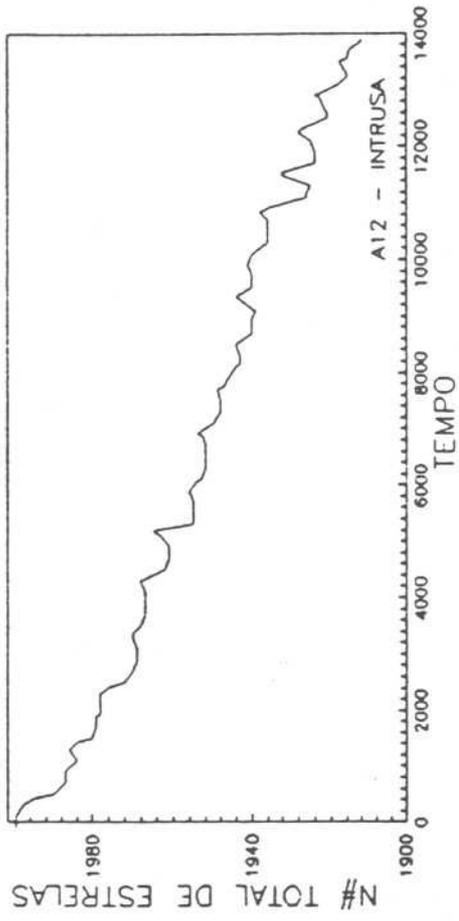


FIGURA D12

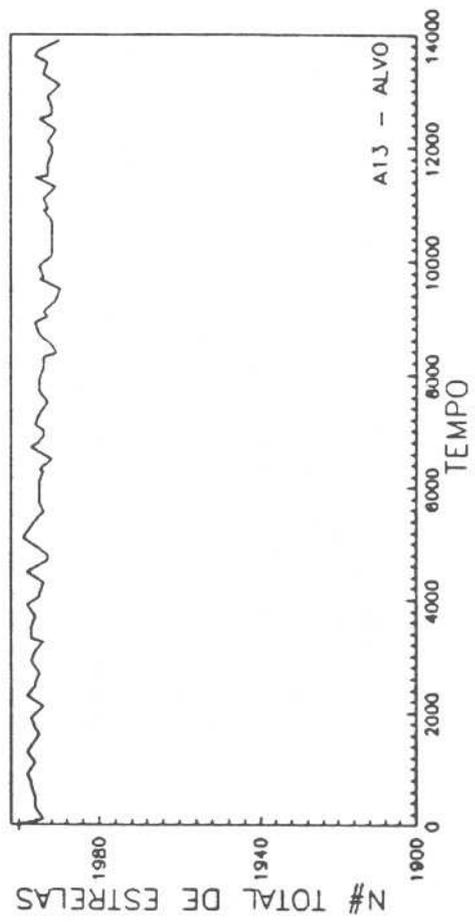
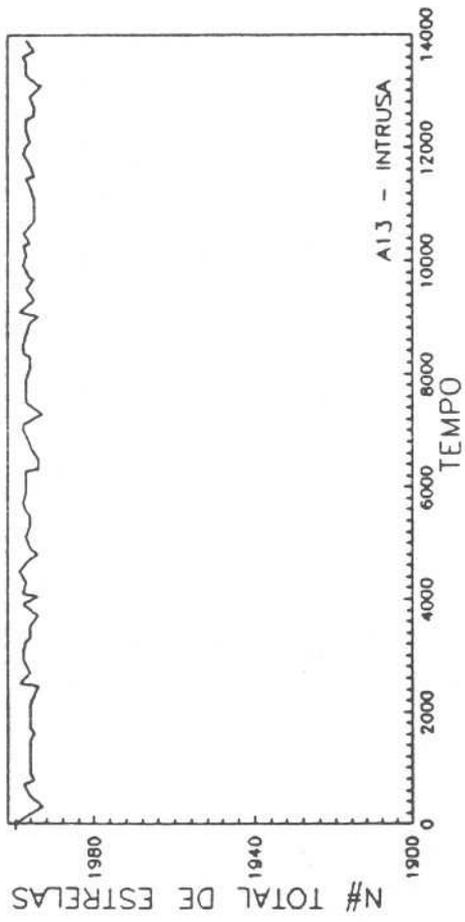


FIGURA D13

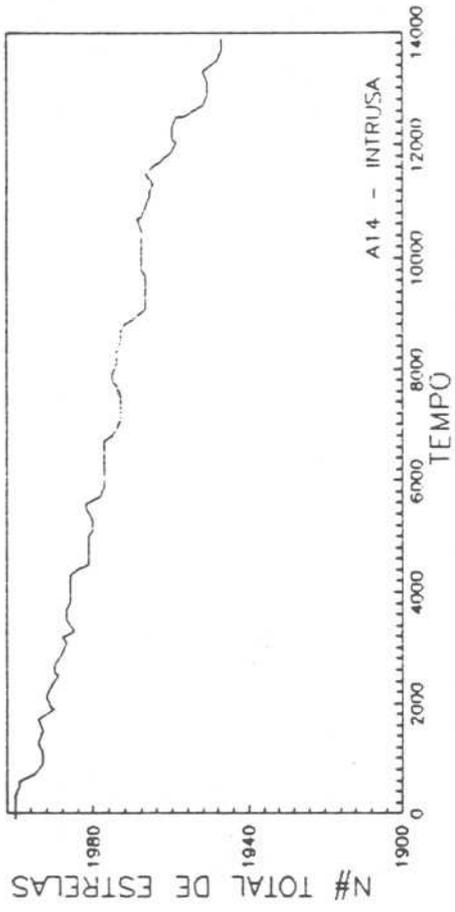


FIGURA D14

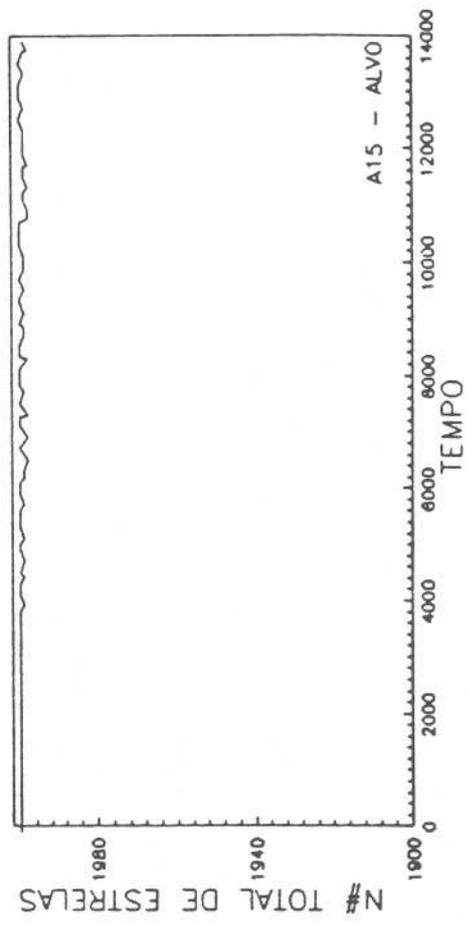
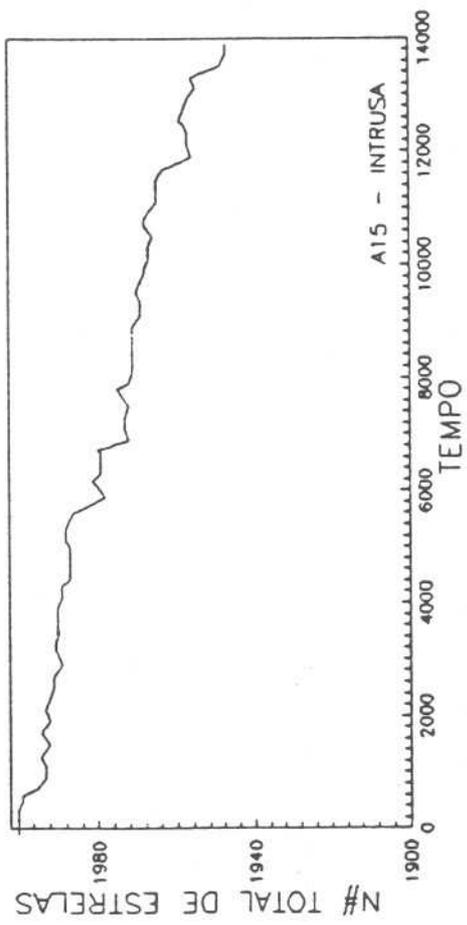


FIGURA D15

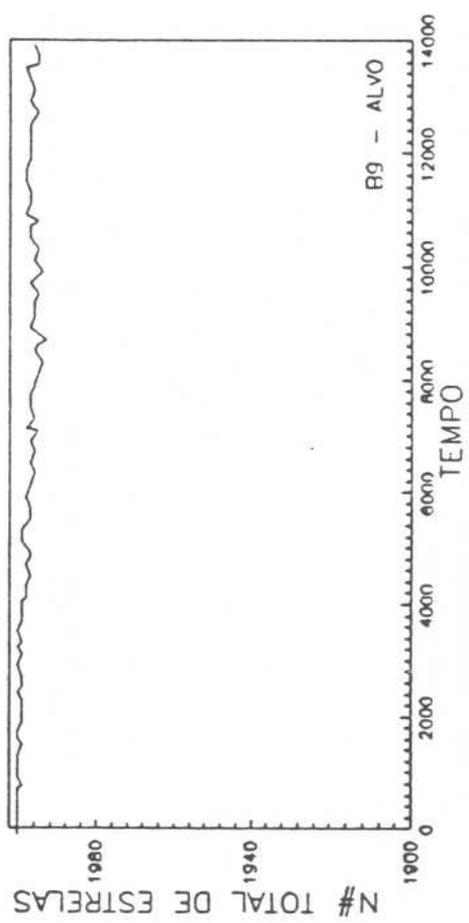
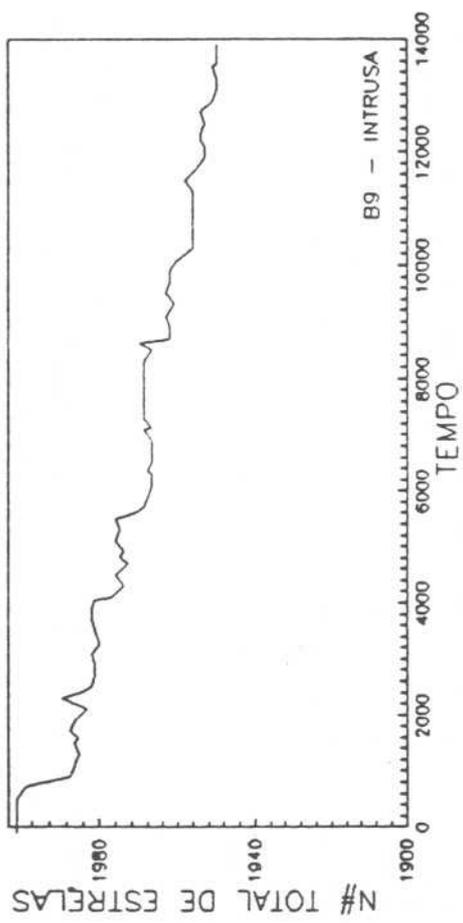


FIGURA E1

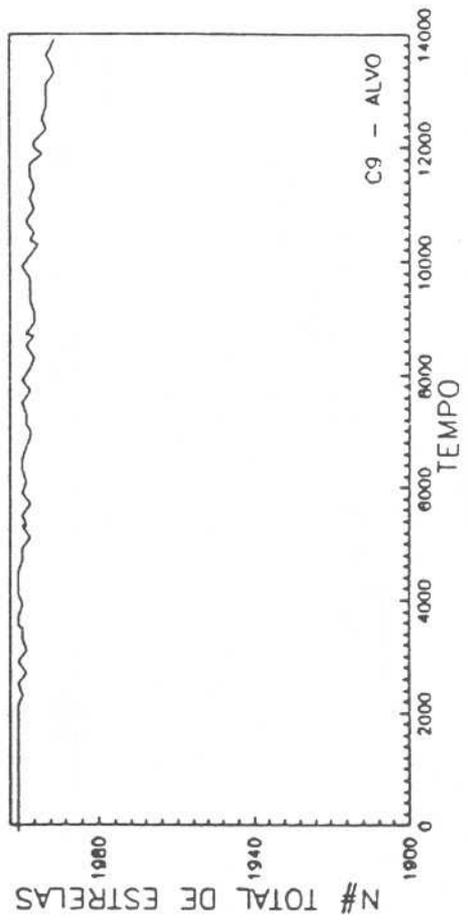
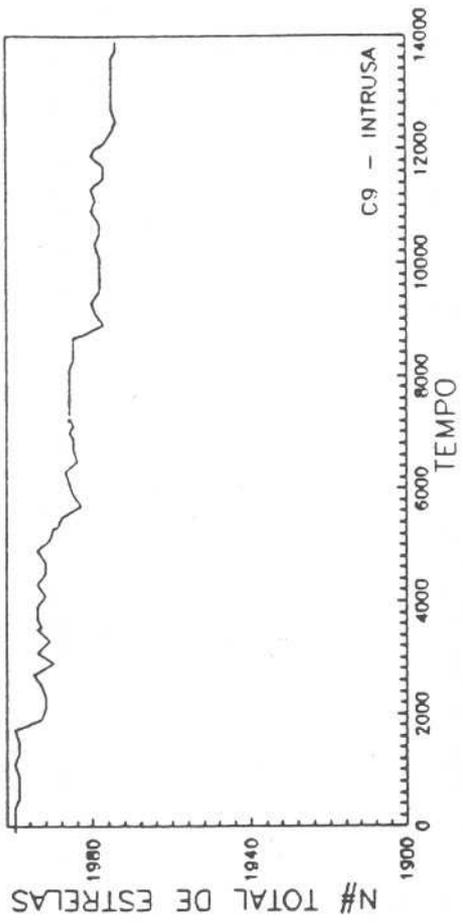


FIGURA E2



FIGURA E.3

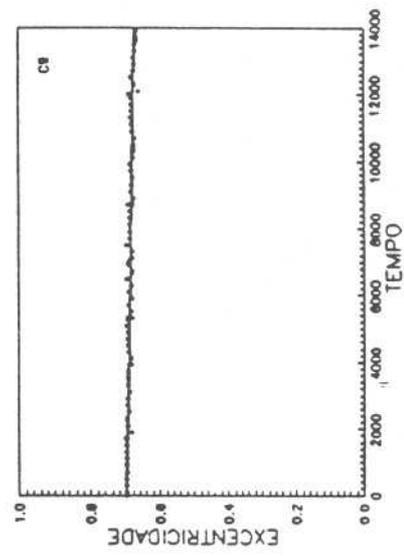
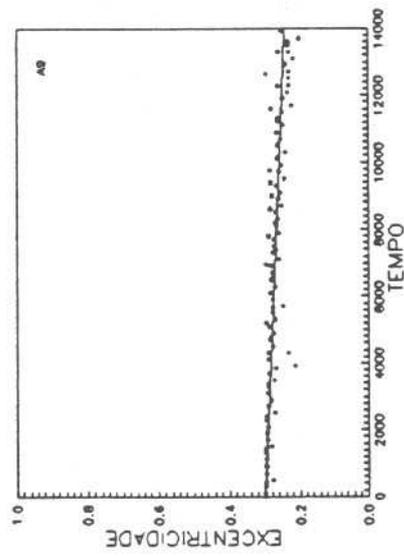
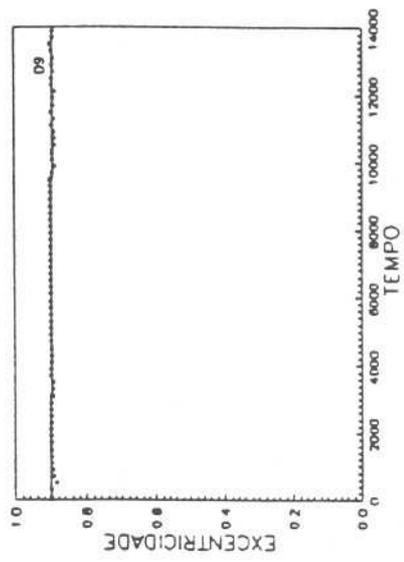
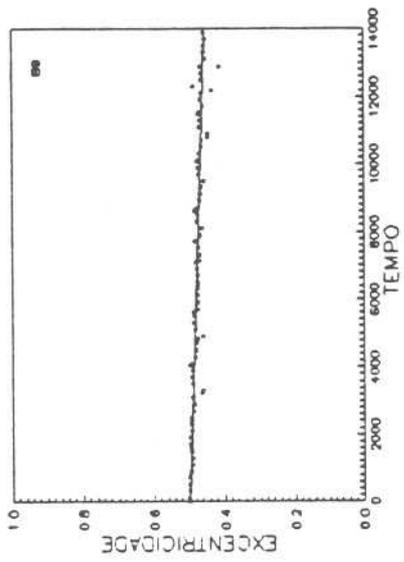


FIGURA F1

To'os os Interessados em Publicações do
Observatório Nacional. Devem Dirigir-se a

CNPq - ON
Biblioteca
r. Gal. José Cristino, 77 - CP. 23002
20921 - São Cristovão, RJ.
Brasil
telf. 5807313 - r. 285